

SOCIETÀ REALE DI NAPOLI

# RENDICONTO

DELL'ACCADEMIA

DELLE

## SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

SERIE IV. — VOL. VI. — (Anno LXXV)

*Fascicoli 7 a 12 • Luglio a Dicembre 1936 (XIV - XV)*



NAPOLI

S. I. E. M. - STABILIMENTO INDUSTRIE EDITORIALI MERIDIONALI

S. Giovanni Maggiore Pignatelli, 2

1936 - XIV - XV





*Nota del socio ordinario Mauro Picone*

(Adunanza del dì 13 giugno 1936 - XIV)

**Sunto.** — Si rende conto degli ulteriori progressi conseguiti, presso l'Istituto per le Applicazioni del Calcolo, nei metodi di analisi quantitativa dei problemi di propagazione.

Nella mia memoria *Recenti contributi dell' Istituto per le Applicazioni del Calcolo all' analisi quantitativa dei problemi di propagazione*, inserita nel Vol. VI (anno 1935-XIII) delle Memorie della Reale Accademia d'Italia, ho reso conto della sistemazione conseguita, entro il 1934, presso il detto Istituto, dai metodi di calcolo delle soluzioni dei problemi di propagazione. Con tale sistemazione varii problemi dinamici ebbero, nell'Istituto, la soluzione desiderata ed era legittima l'aspettativa che ciò sarebbe stato anche raggiunto per *tutti* i problemi della medesima classe posti ivi allo studio.

Le esperienze numeriche accanitamente condotte per più di un anno delusero però dette aspettative e convinsero che, mentre i metodi fino allora studiati potevano dare risultati soddisfacenti in quei problemi di propagazione nei quali la quantità che si propaga tende ad un valore di regime determinato e finito e vi tende monotonamente, cioè cessando, dopo un certo tempo, di oscillare, gli stessi metodi, pur continuando ad essere dotati teoricamente della necessaria convergenza, non possono dare risultati praticamente utili quando la grandezza che si propaga non cessa mai di oscillare, e tanto meno quando questa non ha un valore di regime.

D'altra parte un attento esame dei reali bisogni della tecnica ha convinto che, più che la considerazione del comportamento al tendere del tempo all'infinito della grandezza che si propaga, occorre la conoscenza più approssimata possibile della stessa grandezza in quell'intervallo di tempo, necessariamente finito, a cominciare dall'istante iniziale, durante il quale la struttura è sottoposta a cimento.

Al tecnico non può sempre interessare una risposta che lo assicuri soltanto che le deformazioni della struttura in esame tendono ad estinguersi al crescere all'infinito del tempo, quando non gli si dia nozione dell'entità di tali deformazioni durante l'intervallo di tempo di effettiva sollecitazione della struttura stessa. Può darsi, invero, che tali deformazioni, proprio nei primi istanti successivi a quello iniziale, acquistino valori compromettenti la stabilità, laddove ciò potrebbe non essere rivelato dai soliti metodi empirici poggiati sul principio della risonanza o da quelli che con-



sentono soltanto la conoscenza del comportamento della deformazione al tendere del tempo all'infinito.

Le circostanze ora dette hanno imposto ulteriori ricerche di metodi di calcolo delle soluzioni dei problemi di propagazione, di assicurata pratica convergenza, a mezzo dei quali si possa conseguire l'effettiva conoscenza quantitativa della soluzione stessa in un assegnato intervallo di tempo finito o infinito.

Tali ricerche mi hanno condotto ad un nuovo metodo di calcolo, che dirò *variazionale*, che ha trovato pratica applicazione sia nei problemi dinamici, dai quali è stato imposto, che in quelli statici. Il metodo è stato applicato con successo dall'Ing. Mario SALVADORI nel problema del taglio relativo alla deformazione torsionale dei prismi, proposto all'Istituto dal Prof. Carlo Luigi RICCI, e dei risultati conseguiti il SALVADORI stesso darà conto in una memoria in corso di stampa negli Annali dei Lavori Pubblici.

Il metodo stesso è stato applicato al problema di propagazione del calore, proposto dal Prof. Francesco GIORDANI, precedentemente trattato col metodo della trasformata di LAPLACE. Ebbene, il nuovo metodo ha permesso di conseguire i risultati già ottenuti, confermandoli pienamente, con una sola settimana di lavoro, laddove il primitivo metodo aveva richiesto qualche mese.

Taluni problemi di sollecitazioni dinamiche, dovute a raffiche di vento sulle ali di aereo, hanno pur essi conseguito la richiesta soluzione con calcoli di rapida esecuzione. Sicchè è lecito formulare la speranza che l'Istituto per le Applicazioni del Calcolo sia venuto alla fine in possesso di un più potente metodo di calcolo nei problemi dinamici, che lo ponga in grado, con un più largo raggio di azione, di assolvere con sicurezza le sue funzioni in questo importante campo di ricerche interessanti in sommo grado il progresso dell'alta tecnica. Col presente scritto ho l'onore di esporre all'illustre Accademia delle Scienze della Società Reale di Napoli il sopradetto nuovo metodo variazionale per l'analisi quantitativa dei problemi di propagazione, prendendo in considerazione una formulazione molto generale dei problemi vibratorii dei corpi elastici a tre dimensioni.

Mi è grato dichiarare che, alla dimostrazione che il metodo fornisce un'approssimazione della soluzione del problema con un errore quadratico medio tanto piccolo quanto si vuole, ha contribuito il Prof. Carlo MIRANDA, mio valoroso discepolo ed oggi mio valido collaboratore nella Direzione dell'Istituto per le Applicazioni del Calcolo.

### § 1. Posizione del problema.

Si supponga che un corpo elastico dello spazio a tre dimensioni, per il quale diremo  $x_1, x_2, x_3$  le coordinate di punto, sia suscettibile, nella sua posizione naturale, in un intorno della quale può entrare in vibrazione,

d'essere rappresentato in modo biunivoco e continuo, sul cubo  $C$ :

$$C(0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1)$$

dello spazio  $xyz$ , in maniera che a punti interni del corpo corrispondano punti interni di  $C$ , a punti della frontiera del corpo punti della frontiera di  $C$ . Se

$$(1) \quad \begin{cases} x_1 = x_1(x, y, z) \\ x_2 = x_2(x, y, z) \\ x_3 = x_3(x, y, z) \end{cases}$$

sono le formole della rappresentazione, supporremo che le funzioni  $x_1, x_2, x_3$  siano continue con le loro derivate parziali fino a quelle incluse del secondo ordine.

Per esempio, se il corpo è uno strato di semispessore costante  $\sigma$ , la cui superficie mediana  $S$  ha le equazioni parametriche:

$$x_1 = x_1(x, y), \quad x_2 = x_2(x, y), \quad x_3 = x_3(x, y) \\ (0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1),$$

detti

$$X_1(x, y), \quad X_2(x, y), \quad X_3(x, y),$$

i coseni direttori di un asse normale alla  $S$ , le formole (1) di rappresentazione dello strato nel cubo  $C$  sono:

$$x_k = x_k(x, y) + \sigma(2z - 1) X_k(x, y), \quad (k = 1, 2, 3).$$

Se il corpo è uno strato limitato dalle due superficie  $S'$  e  $S''$ , riferite entrambe alle normali alla superficie  $S$ , rispettivamente di equazioni

$$(S') \quad x_k = x_k(x, y) + \alpha'(x, y) X_k(x, y), \quad (k = 1, 2, 3), \\ (S'') \quad x_k = x_k(x, y) + [\alpha'(x, y) + \alpha''(x, y)] X_k(x, y) \quad (k = 1, 2, 3),$$

le formole di rappresentazione sul cubo  $C$  sono:

$$x_k = x_k(x, y) + [\alpha'(x, y) + z \alpha''(x, y)] X_k(x, y), \quad (k = 1, 2, 3).$$

Se nelle equazioni del moto elastico del corpo, nell'intorno della sua sopradetta posizione naturale, alle quali soddisfano le componenti  $u_1, u_2, u_3$ , rispetto agli assi  $x_1, x_2, x_3$ , dello spostamento del generico punto, operiamo il cambiamento di variabili espresso dalle (1), detto  $t$  il tempo, contato a partire dall'istante iniziale del moto, si otterranno, in generale, equazioni del seguente tipo:





dove le funzioni assegnate  $u_k^{(0)}$  e  $u_k^{(1)}$  sono supposte finite e continue con le loro derivate parziali prime e seconde.

È opportuno per il seguito introdurre le seguenti notazioni e locuzioni. Il primo membro dell'equazione (2) si considererà come un operatore nelle funzioni  $u_1, u_2, u_3$  e si denoterà col simbolo

$$E^h[u_1, u_2, u_3];$$

del pari i primi membri delle equazioni (3) si indicheranno rispettivamente coi simboli

$$E_x^{0h}[u_1, u_2, u_3], \quad E_x^{1h}[u_1, u_2, u_3], \quad \dots, \quad E_x^{4h}[u_1, u_2, u_3].$$

Di una funzione  $f$  delle  $r$  variabili  $x_1, x_2, \dots, x_r$  diremo *derivata prima totale*, la seguente derivata d'ordine  $r$

$$\frac{\partial^r f}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_r},$$

derivata totale d'ordine  $p$  la seguente derivata d'ordine  $pr$

$$\frac{\partial^{pr} f}{\partial x_1^p \partial x_2^p \dots \partial x_r^p}.$$

Per una frazione  $f$  delle tre variabili  $x, y, z$  definita nel cubo  $C$  designeremo con

$$f^{000}, f^{010}, f^{001}, f^{011}, f^{100}, f^{110}, f^{101}, f^{111},$$

i valori che essa assume nei vertici di  $C$ :  $(0, 0, 0), (0, 1, 0), \dots$ , con

$$(5) \quad f_{yz}^{00}(x), \quad f_{yz}^{01}(x), \quad f_{yz}^{10}(x), \quad f_{yz}^{11}(x),$$

le derivate seconde delle quattro funzioni di  $x$  alle quali la  $f$  si riduce sulle quattro costole di  $C$  rispettivamente di equazioni

$$y=0, z=0 \quad ; \quad y=0, z=1 \quad ; \quad y=1, z=0 \quad ; \quad y=1, z=1,$$

con significati analoghi per i simboli

$$(6) \quad f_{zx}^{00}(y), \quad f_{zx}^{01}(y), \quad f_{zx}^{10}(y), \quad f_{zx}^{11}(y),$$

$$(7) \quad f_{xy}^{00}(z), \quad f_{xy}^{01}(z), \quad f_{xy}^{10}(z), \quad f_{xy}^{11}(z);$$

con

$$(8) \quad f_x^0(y, z), \quad f_x^1(y, z)$$

designeremo le derivate seconde totali delle due funzioni di  $y$  e  $z$  alle quali



la  $f$  si riduce sulle due facce di  $C$  rispettivamente di equazioni

$$x = 0 \quad , \quad x = 1 \quad ,$$

con significato analogo per i simboli

$$(9) \quad f_y^0(z, x) \quad , \quad f_y^1(z, x) \quad ,$$

$$(10) \quad f_x^0(x, y) \quad , \quad f_x^1(x, y) \quad ;$$

con

$$(11) \quad f''(x, y, z)$$

designeremo la derivata seconda totale di  $f$  rispetto alle tre variabili  $x, y, z$ . Ebbene, diremo brevemente, nel discorso, le derivate (5), (6), (7) come derivate seconde totali sulle costole del cubo, le derivate (8), (9), (10) come derivate seconde totali sulle facce del cubo e la derivata (11) come derivata seconda totale nell'interno del cubo.

Quanto alla classe di funzioni nella quale noi intendiamo ricercare la soluzione del problema, distingueremo i due casi in cui l'intervallo  $(0, T)$ , durante il quale si vuol calcolare la soluzione stessa, è finito o infinito.

**I. CASO: Intervallo di tempo finito.** In tal caso richiederemo alle funzioni  $u_1, u_2, u_3$ , verificanti le (2), (3), (4), la condizione di appartenere all'aggregato  $\{u\}$  delle funzioni reali delle variabili  $x, y, z, t$ , continue con le loro derivate parziali prime e seconde, tali inoltre che la  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$  sia dotata di derivate seconde totali sulle costole, sulle facce e nell'interno del cubo, finite e continue.

**II CASO: Intervallo di tempo infinito.** In tal caso richiederemo alle dette funzioni  $u_1, u_2, u_3$  di appartenere all'aggregato  $\{u\}_\infty$ , contenuto nel precedente e così precisato: Ogni funzione  $u$  dell'aggregato ha una derivata seconda rispetto al tempo tale che i valori di questa nei vertici del cubo  $C$  e le sue derivate seconde totali sulle costole, sulle facce e nell'interno del cubo  $C$ , siano tali che i rapporti fra ciascuna di esse e una prescritta funzione del tempo, positiva e non decrescente,

$$H(t)$$

si mantengano limitati.

## § 2. Descrizione del metodo di approssimazione.

**I CASO.** — Sia  $(0, T)$  l'intervallo finito di tempo nel quale si vuole calcolare la soluzione del problema e, indicando con  $u$  una qualunque



delle  $u_k$ , si ponga:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = U(x, y, z, t).$$

Si avrà allora, in base alle condizioni iniziali

$$(12) \quad u = u^{(0)}(x, y, z) + t u^{(1)}(x, y, z) + \int_0^t (t - \tau) U(x, y, z, \tau) d\tau.$$

Se ora introduciamo, seguendo le notazioni già indicate, per ogni valore di  $t$ , i valori della  $U$  nei vertici del cubo  $C$  e le sue derivate seconde totali sulle costole, sulle facce e nell'interno del cubo, si ha

$$\begin{aligned} U = & (1-x)(1-y)(1-z) U^{000}(t) + (1-z)y(1-x) U^{010}(t) + \\ & + (1-x)(1-y)z U^{001}(t) + (1-x)yz U^{011}(t) + x(1-y)(1-z) U^{100}(t) + \\ & + xy(1-z) U^{110}(t) + x(1-y)z U^{101}(t) + xyz U^{111}(t) + \\ & + \sum_{(x,y,z)} \left\{ (1-y)(1-z) \int_0^1 G(x, \xi) U_{yz}^{00}(\xi, t) d\xi + y(1-x) \int_0^1 G(x, \xi) U_{yz}^{10}(\xi, t) d\xi \right. \\ & \left. + (1-y)z \int_0^1 G(x, \xi) U_{yz}^{01}(\xi, t) d\xi + yz \int_0^1 G(x, \xi) U_{yz}^{11}(\xi, t) d\xi \right\} \\ & + \sum_{(x,y,z)} \left\{ (1-x) \int_0^1 \int_0^1 G(y, \eta) G(z, \zeta) U_x^{00}(\eta, \zeta, t) d\eta d\zeta + \right. \\ & \left. + x \int_0^1 \int_0^1 G(y, \eta) G(z, \zeta) U_x^{10}(\eta, \zeta, t) d\eta d\zeta \right\} + \\ & + \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 G(x, \xi) G(y, \eta) G(z, \zeta) U''(\xi, \eta, \zeta, t) d\xi d\eta d\zeta, \end{aligned}$$

ove  $G(x, \xi)$  designa la funzione di BURKHARDT:

$$G(x, \xi) \left\{ \begin{array}{ll} = \xi(x-1) & , \quad \text{per} \quad \xi \leq x \\ = x(\xi-1) & , \quad \text{per} \quad \xi \geq x \end{array} \right.$$

e i termini delle sommatorie si ottengono da quello scritto, in ciascuna di esse, operandovi le sostituzioni circolari  $(x, y, z)$ ,  $(\xi, \eta, \zeta)$ . Dalla (12)

si ricava pertanto:

$$\begin{aligned}
 (13) \quad u &= u^{(0)}(x, y, z) + t u^{(1)}(x, y, z) + \\
 &+ (1-x)(1-y)(1-z) \int_0^t (t-\tau) U^{000}(\tau) d\tau + \dots + xyz \int_0^t (t-\tau) U^{111}(\tau) d\tau + \\
 &+ \sum_{(x, y, z)} \left\{ (1-y)(1-z) \int_0^t \int_0^t (t-\tau) G(x, \xi) U_{yz}^{00}(\xi, \tau) d\tau d\xi + \dots \right. \\
 &\quad \left. + yz \int_0^t \int_0^t (t-\tau) G(x, \xi) U_{yz}^{11}(\xi, \tau) d\tau d\xi \right\} + \\
 &+ \sum_{(x, y, z)} \left\{ (1-x) \int_0^t \int_0^t \int_0^t (t-\tau) G(y, \eta) G(z, \zeta) U_x^0(\eta, \zeta, \tau) d\tau d\eta d\zeta + \dots \right\} + \\
 &+ \int_0^t \int_0^t \int_0^t \int_0^t (t-\tau) G(x, \xi) G(y, \eta) G(z, \zeta) U''(\xi, \eta, \zeta, \tau) d\tau d\xi d\eta d\zeta .
 \end{aligned}$$

Nella espressione della  $u$  ora scritta intervengono le funzioni incognite

$$\int_0^t (t-\tau) U^{000}(\tau) d\tau, \dots, \int_0^t (t-\tau) U^{111}(\tau) d\tau,$$

che indicheremo rispettivamente con:

$$(14) \quad \Phi_1(t), \dots, \Phi_8(t)$$

le quali riescono nulle per  $t=0$  con le loro derivate prime. Nella (13) intervengono anche le funzioni incognite  $U_{yz}^{00}(x, t), \dots, U_x^0(y, z, t), U''(x, y, z, t)$  del tempo  $t$  e rispettivamente di una, di due, di tre variabili locali. Indicheremo con  $F(x_1, x_2, \dots, x_r, t)$  una qualsivoglia di tali funzioni, designando  $x_1, x_2, \dots, x_r$  le variabili locali. Indicheremo con  $C_r$  il dominio quadrato

$$0 \leq x_i \leq 1 \quad (i = 1, 2, \dots, r)$$

e con  $[X_k(x_1, x_2, \dots, x_r)]$  un sistema, di funzioni reali e continue, che sia in  $C_r$  completo, ortogonale e normale, comunque fissato. Poniamo nella (13)

$$F(x_1, x_2, \dots, x_r, t) = \sum_{k=1}^{n(F)} X_k(x_1, x_2, \dots, x_r) \Phi_k(t),$$



ove  $n(F)$ , dipendentemente dalla funzione  $F$ , è un certo numero arbitrariamente fissato, ed allora nella espressione della  $u$  compariranno termini del tipo

$$f(x_1, x_2, \dots, x_r, t) = \sum_{k=1}^{n(F)} Y_k(x_1, x_2, \dots, x_r) \varphi_k(t),$$

ove

$$Y_k(x_1, x_2, \dots, x_r) = \int_{C_r} G(x_1, \xi_1) \dots G(x_r, \xi_r) X_k(\xi_1, \dots, \xi_r) d\xi_1 \dots d\xi_r,$$

$$\varphi_k(t) = \int_0^t (t - \tau) \psi_k(\tau) d\tau.$$

Numeriamo le funzioni  $\varphi_k(t)$  a cominciare dal numero 9, indicandole con

$$(15) \quad \Phi_9(t), \Phi_{10}(t), \dots, \Phi_v(t),$$

dove l'indice  $v$  dipenderà dai numeri  $n(F)$  scelti. Esse, come le (14), sono nulle per  $t=0$  con le loro derivate prime.

In definitiva le  $u_k$  assumeranno espressioni del tipo

$$(16) \quad u_k = u_k^{(0)} + u_k^{(1)} + \sum_{i=1}^{v_k} A_{ki}(x, y, z) \Phi_{ki}(t)$$

ove le  $A_{ki}$  sono prescritte funzioni di  $x, y, z$ , e le  $\Phi_{ki}(t)$  sono funzioni astrette alla condizione di esser nulle con la loro derivata prima per  $t=0$ .

Ciò posto, consideriamo il funzionale

$$\Omega_T[u_1, u_2, u_3] = \int_0^T \sum_{h=1}^3 \left\{ \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 (E^h[u_1, u_2, u_3])^2 dx dy dz + \right.$$

$$\left. \sum_{(x,y,z)} \int_0^1 \int_0^1 [q_{x^{oh}} \cdot (E_{x^{oh}}[u_1, u_2, u_3])^2 + q_{x^{1h}} \cdot (E_{x^{1h}}[u_1, u_2, u_3])^2] dy dz \right\} dt,$$

ove le  $q^h$  sono funzioni reali e positive, finite e continue, delle variabili  $x, y, z, t$ , arbitrariamente fissate, e le  $q_{x^{oh}}, q_{x^{1h}}$  sono funzioni del pari positive finite e continue e arbitrariamente fissate delle variazioni  $y$  e  $z, \dots$ . Tali funzioni saranno denominate *funzioni peso*.

Il funzionale  $\Omega_T$  riesce nullo allora e allora soltanto che le  $u_1, u_2, u_3$  verifichino le equazioni (2) e (3) traducenti il nostro problema.

Se introduciamo le espressioni (16) nel funzionale  $\Omega_T$ , esso non riuscirà in generale nullo e si tradurrà in un integrale del seguente tipo

$$I^{n(F)} = \int_0^T \mathcal{F}^{n(F)}(t, \Phi_{ki}(t), \Phi'_{ki}(t), \Phi''_{ki}(t)) dt,$$

dove  $\mathcal{F}^{n(F)}$  rappresenta una ben determinata funzione di secondo grado negli argomenti  $\Phi_{ki}, \Phi'_{ki}, \Phi''_{ki}$ , i cui coefficienti dipendono, in generale, dal tempo. Si noti che la funzione  $\mathcal{F}^{n(F)}$  riesce fissata dalla scelta già fatta dei vari sistemi  $[X_k]$ , dei numeri  $n(F)$  e delle funzioni peso. Supponiamo ora che l'integrale  $I^{n(F)}$  sia dotato di minimo assoluto nel campo delle funzioni  $\Phi_{ki}$  appartenenti all'aggregato  $\{u\}$  e verificanti le condizioni iniziali:

$$(17) \quad \Phi_{ki}(0) =: \Phi'_{ki}(0) = 0,$$

e che riescano ben determinate le funzioni, che indicheremo con  $\Phi^*_{ki}(t)$ , per le quali si consegue tale minimo.

Noi assumeremo allora, come approssimazioni delle  $u_1, u_2, u_3$ , le

$$(18) \quad u_k^* = u_k^{(0)} + t u_k^{(1)} + \sum_{i=1}^{v_k} A_{ki}(x, y, z) \Phi_{ki}^*(t), \quad (k=1, 2, 3).$$

Tali funzioni appartengono all'aggregato  $\{u\}$  e verificano rigorosamente le condizioni iniziali, e le equazioni (2), (3) con un errore quadratico medio

$$\mu = \sqrt{\frac{\Omega_T[u_1^*, u_2^*, u_3^*]}{\int_0^T dt \sum_{h=1}^3 \left\{ \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 q^h dx dy dz + \sum_{(x,y,z)} \int_0^1 \int_0^1 (q_x^{0h} + q_x^{1h}) dy dz \right\}}}.$$

Ebbene, sarà dimostrato al N.º 5 che, comunque si siano fissati i sistemi  $[X_k]$  e le funzioni peso, al divergere simultaneo dei numeri  $n(F)$ , tale errore quadratico medio  $\mu$  tende a zero, cioè che, pur di prendere ciascun  $n(F)$  sufficientemente grande, il metodo fornisce funzioni  $u_k^*$  della classe  $\{u\}$  verificanti le equazioni del problema con un errore quadratico medio tanto piccolo quanto si vuole.

II CASO. — L'intervallo di tempo è infinito ( $T = +\infty$ ). In tal caso occorre addurre alla trattazione del caso precedente le seguenti modifica-



zioni, prendendo inoltre in considerazione l'aggregato  $\{u\}_\infty$ , già indicato, come quello nel quale ricercheremo le soluzioni, imponendo naturalmente alle funzioni  $\Phi_{ki}$  di appartenervi.

Al funzionale  $\Omega_T$  sostituiamo il funzionale  $\Omega_\infty$  richiedendo alle funzioni peso  $q$  di soddisfare la seguente condizione.

Indicando con  $P(t)$  una funzione positiva che per ogni valore del tempo rappresenti il più grande fra i massimi moduli nel cubo  $C$  dei coefficienti delle equazioni (2), (3) e dei termini noti, sceglieremo una funzione positiva  $Q(t)$  che sia sommabile nell'intervallo  $(0, +\infty)$  e tale inoltre che riesca, nello stesso intervallo, sommabile il prodotto

$$Q(t) [t^2 P(t) H(t)]^2.$$

Ebbene, richiederemo che le funzioni peso  $q$  siano tutte maggiorate da  $Q(t)$ . Dimosteremo nel N.º 5 che, in tale ipotesi per i pesi, il funzionale  $\Omega_\infty$  ha un ben preciso significato numerico, come lo ha l'errore quadratico medio  $\mu$ , e dimosteremo che, comunque si siano fissati i sistemi  $[X_k]$ , al divergere simultaneo dei numeri  $n(F)$ , tale errore quadratico medio tende a zero.

#### § 4. Osservazioni relative all'applicazione del metodo.

Le funzioni approssimatrici (18) vengono dunque calcolate a patto di pervenire alla risoluzione completa del problema di calcolo delle variazioni consistente nella ricerca del minimo assoluto dell'integrale  $I^{n(F)}$  e delle funzioni  $\Phi_{ki}^*(t)$  per le quali tale minimo si consegue. Ora è da osservare che questo integrale può non esser dotato di minimo assoluto nel campo funzionale prefissato ed allora il nostro metodo cadrebbe, in generale, teoricamente in difetto.

Se supponiamo che i coefficienti e i termini noti delle equazioni alle derivate parziali (2) e (3) siano dotati di derivate parziali prime e seconde rispetto al tempo, finite e continue e assumiamo funzioni peso godenti della stessa proprietà, si può considerare il sistema di EULERO di equazioni differenziali del quarto ordine, al quale debbono soddisfare le estremali dell'integrale indicato. In possesso di un sistema fondamentale di integrali del detto sistema di equazioni di EULERO, ricercheremo le funzioni  $\Phi_{ki}(t)$  nella classe delle soluzioni di quelle equazioni differenziali, verificanti le condizioni iniziali ed appartenenti all'aggregato  $\{u\}$  o all'aggregato  $\{u\}_\infty$  a seconda dei casi.

In tal modo la ricerca del minimo di  $I^{n(F)}$  è limitata a quella del minimo di una ben determinata funzione di un certo numero di parametri, dai quali le indicate soluzioni vengono a dipendere linearmente.

Che se si è nel caso dell'intervallo di tempo finito alle indicate equazioni di EULERO potremo aggiungere, oltre alle condizioni iniziali per  $t=0$ ,

quelle di trasversalità per  $t = T$ , pervenendo così ad un problema ai limiti per il sistema di equazioni differenziali di EULERO, che potrà possedere una ed una sola soluzione.

Se, in ogni caso, si addiviene, per ogni scelta dei numeri  $n(F)$ , a fissare il sistema delle funzioni  $\bar{\Phi}_{ki}(t)$  dell'aggregato  $\{u\}$  o dell'aggregato  $\{u\}_{\infty}$ , verificanti il sistema di EULERO e le condizioni iniziali e che rendono minimo  $I^{n(F)}$  nella considerata più ristretta famiglia di funzioni dipendenti linearmente dai parametri indicati, si richiederà ancora alla combinazione (18), ove alle  $\Phi_{ki}^*$  si sostituiscono le  $\bar{\Phi}_{ki}$ , il compito di approssimare la soluzione del problema.

Se tale compito sarà poi assolto o no si giudicherà, a posteriori, dall'entità dell'errore col quale le  $u_k^*$ , così calcolate, verificano le equazioni (2) e (3).

Il vantaggio del metodo è, in ogni modo, quello di ricondurre un problema di integrazione di equazioni alle derivate parziali, in quattro variabili indipendenti  $x, y, z, t$ , a quello della ricerca, con le condizioni dette, delle funzioni  $\bar{\Phi}_{ki}(t)$  di una sola variabile.

Nelle applicazioni, le equazioni (2) e (3) hanno, in generale, coefficienti indipendenti dal tempo. Se, in tal caso, assumiamo i pesi  $q$  sotto la forma di prodotto di funzioni che dipendono dal posto per un esponenziale del tipo  $e^{\alpha t}$  (con  $\alpha < 0$  se  $T = \infty$ , per rispettare la sommabilità richiesta alla funzione maggiorante  $Q(t)$ ), le equazioni differenziali di EULERO delle estremali di  $I^{n(F)}$  si riducono tutte a coefficienti costanti e il procedimento ultimamente indicato potrà essere perseguito con operazioni di natura elementare.

Nel caso ora in esame e se  $T = \infty$ , alla funzione maggiorante  $Q(t)$  potremo limitarci, oltre alla sua sommabilità nell'intervallo  $(0, \infty)$ , di imporre la condizione che nello stesso intervallo riescano sommabili separatamente i prodotti

$$\begin{aligned} Q(t) P^1(t), \\ Q(t) t^2 H^2(t). \end{aligned}$$

Ciò posto, se nel problema, conformemente a quanto si fa nello studio ordinario dei problemi di propagazione all'infinito coi metodi operazionali o della trasformata di LAPLACE, si pone,

$$\begin{aligned} H(t) &= e^{\beta t}, \\ P(t) &= P_0 e^{\beta t}. \end{aligned}$$

ove  $\beta$  è una prefissata costante positiva, si può assumere

$$Q(t) = Q_0 e^{-(2\beta + \varepsilon)t},$$

ove  $\varepsilon$  è una quantità positiva arbitrariamente scelta.



Con ciò, come abbiamo notato, le  $\Phi_{ki}(t)$  si ottengono attraverso l'integrazione di un sistema di equazioni differenziali a coefficienti costanti e si consegue perciò il calcolo diretto delle funzioni approssimatrici  $u_k^*$ .

Dal punto di vista pratico, come anche l'esperienza ha dimostrato, tale metodo di approssimazione è preferibile a quello attraverso la trasformata di LAPLACE della soluzione, per il quale, oltre all'integrazione di un sistema di equazioni alle derivate parziali, sia pure fissato ed indipendente dal tempo, si richiede la inversione della detta trasformata di LAPLACE, operazione questa che riesce spesso numericamente impraticabile.

### § 5. *Tendenza a zero dell'errore quadratico medio.*

Alla dimostrazione dell'affermazione che l'errore quadratico medio  $\mu$  commesso nel verificare le equazioni, può rendersi piccolo tanto quanto si vuole, occorre premettere la seguente osservazione:

Sia  $f(x_1, x_2, \dots, x_r, t)$  una funzione reale nulla per ogni  $t$ , sulla frontiera del cubo  $C_r$  ( $0 \leq x_k \leq 1$ ) dotata di derivate parziali prime e seconde finite e continue al variare del punto  $(x_1, x_2, \dots, x_r)$  in  $C_r$  e di  $t$  nell'intervallo  $(0, T)$ , riuscendo inoltre la  $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$  provvista di derivate totali prima e seconda rispetto alle variabili  $x_1, x_2, \dots, x_r$ , finite e continue al variare del punto  $(x_1, x_2, \dots, x_r)$  in  $C_r$  e di  $t$  in  $(0, T)$ .

Se poniamo

$$\frac{\partial^{2r}}{\partial x_1^2 \partial x_2^2 \dots \partial x_r^2} \left( \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \right) = F(x_1, x_2, \dots, x_r, t),$$

si ha

$$(19) \quad f = f(x_1, \dots, x_r, 0) + t f_t(x_1, \dots, x_r, 0) + \\ + \int_0^1 \dots \int_0^1 \int_0^1 G(x_1, \xi_1) \dots G(x_r, \xi_r) (t - \tau) F(\xi_1, \dots, \xi_r, \tau) d\xi_1 \dots d\xi_r d\tau.$$

Introdotta il sistema  $[X_k(x_1, x_2, \dots, x_r)]$ , dianzi considerato, si ponga:

$$\chi_k(t) = \int_0^1 \dots \int_0^1 F(\xi_1, \dots, \xi_r, t) X_k(\xi_1, \dots, \xi_r) d\xi_1 \dots d\xi_r, \\ \omega_k(t) = \int_0^t (t - \tau) \chi_k(\tau) d\tau.$$

Si ha allora, definendo le  $Y_k$  come precedentemente,

$$F(x_1, \dots, x_r, t) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x_1, \dots, x_r) \chi_k(t),$$

la convergenza della serie essendo intesa in media, per ogni  $t$ , in  $C_r$ , e si ha ancora:

$$(20) \quad f(x_1, \dots, x_r, t) = f(x_1, \dots, x_r, 0) + t f_t(x_1, \dots, x_r, 0) + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} \omega_k(t) Y_k(x_1, \dots, x_r),$$

ove la convergenza della serie ultima è per ogni  $t$  puntuale in  $C_r$ .

L'osservazione che vogliamo fare è la seguente:

*Le serie che si deducono da quella al secondo membro della (20) derivandola termine a termine rispetto al tempo una o due volte o rispetto alle variabili  $x$  una volta od infine due volte rispetto a due diverse variabili  $x$ , riescono uniformemente convergenti al variare di  $t$  in  $(0, T)$  e del punto  $(x_1, \dots, x_r)$  in  $C_r$ . Laddove le serie che si deducono dalla stessa derivandola termine a termine due volte rispetto ad una stessa variabile  $x$ , convergono, per ogni  $t$  nell'intervallo  $(0, T)$  in media in  $C_r$  verso la derivata omonima della  $f$ , uniformemente al variare di  $t$ .*

Ovviamente potremo limitarci, per dimostrare quanto abbiamo asserito, ad esaminare il caso delle funzioni di due variabili  $x_1$  e  $x_2$ . Orbene se, per esempio, si considera la somma  $R_{np}$  di  $p$  termini consecutivi, dopo lo  $(n+2)$ -esimo, della serie (20), si ha

$$R_{np}^2 \leq \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 G^2(x_1, \xi_1) G^2(x_2, \xi_2) (t - \tau)^2 d\xi_1 d\xi_2 d\tau \cdot \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \left[ \sum_{k=n+1}^{n+p} \chi_k(\tau) X_k(\xi_1, \xi_2) \right]^2 d\xi_1 d\xi_2 d\tau \\ = \frac{x_1^2 x_2^2 (x_1 - 1)^2 (x_2 - 1)^2 t^3}{27} \int_0^t \sum_{k=n+1}^{n+p} \chi_k^2(\tau) d\tau \\ \leq \frac{T^3}{27} \cdot \sum_{k=n+1}^{n+p} \int_0^T \chi_k^2(\tau) d\tau,$$

ciò dimostra quanto si voleva, poichè riesce

$$\sum_{k=1}^{\infty} \int_0^T \chi_k^2(\tau) d\tau \leq \int_0^T d\tau \int_0^1 \int_0^1 [F(x_1, x_2, t)]^2 dx_1 dx_2.$$

Maggiorazioni analoghe assicurano l'asserita uniforme convergenza delle serie ottenute dalla (20) con una sola derivazione termine a termine rispetto alle variabili  $x_1, x_2, t$  oppure derivando una prima volta rispetto a  $x_1$  e una seconda rispetto a  $x_2$ .

Sia ora  $R_{np}$  la somma di  $p$  termini consecutivi dopo l' $(n+2)$ -esimo



della serie ottenuta derivando termine a termine la (20) due volte rispetto al tempo, si ha:

$$R_{np}^2 \leq \frac{T^2}{27} \cdot \sum_{k=n+1}^{n+p} \chi_k^2(t),$$

ed avendosi

$$(21) \quad \sum_{k=1}^{\infty} \chi_k^2(t) = \int_0^1 \int_0^1 [F(x_1, x_2, t)] dx_1 dx_2,$$

per un noto teorema del DINI, la serie a secondo membro della (21) riesce uniformemente convergente, ciò che prova quanto abbiamo asserito per la serie considerata.

Se indichiamo ora con  $f_n$  la somma dei primi  $(n+2)$  termini della serie data, la somma dei primi  $(n+2)$  termini della serie, ottenuta da essa derivandola due volte termine a termine rispetto a  $x_1$ , sarà

$$\frac{\partial^2 f_n}{\partial x_1^2}$$

laddove risulta

$$\left( \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 f_n}{\partial x_1^2} \right)^2 \leq \int_0^1 \int_0^1 G^2(x_2, \xi_2) (t - \tau)^2 d\xi_2 d\tau.$$

$$\int_0^1 \int_0^1 \left[ F(x_1, \xi_1, \tau) - \sum_{k=1}^n \chi_k(\tau) X_k(x_1, \xi_1) \right]^2 d\xi_1 d\tau.$$

e quindi

$$\int_0^1 \int_0^1 \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 f_n}{\partial x_1^2} \right)^2 dx_1 dx_2 \leq \frac{T^2}{9} \cdot \sum_{k=n+1}^{\infty} \int_0^T \chi_k^2(\tau) d\tau,$$

onde segue l'asserto.

Dall'osservazione ora fatta si deduce immediatamente la tendenza a zero dell'errore quadratico  $\mu$  al tendere simultaneo all'infinito dei numeri  $n(F)$ .

I. CASO. — *Intervallo di tempo finito*. Basterà, per ciò, considerare la espressione (13) che abbiamo dato ad una componente  $u$  dell'incognito spostamento, secondo la quale si ha

$$u = u^{(0)}(x, y, z) + \dots + xyz \int_0^t (t - \tau, U^{(1)}(\tau)) d\tau +$$

$$\sum \theta(x_1, \dots, x_r) f(x_1, \dots, x_r, t),$$

ove con  $x_1, \dots, x_r$  abbiamo indicato le variabili  $x, y, z$  e con  $\theta(x_1, \dots, x_r)$  determinate funzioni di queste ed infine con  $f$  una funzione avente le qualità di quella considerata nell'osservazione precedente. Mantenendo le notazioni or ora usate si ponga

$$u^{n(F)} = u^{(0)}(x, y, z) + \dots + xyz \int_0^t (t - \tau) U^{(1)}(\tau) d\tau + \\ + \sum \theta(x_1, \dots, x_r) \sum_{k=1}^{n(F)} Y_k(x_1, \dots, x_r) \omega_k(t),$$

e possiamo asserire che, in virtù dell'osservazione premessa,

$$E^h[u_1^{n(F)}, u_2^{n(F)}, u_3^{n(F)}]$$

converge in media nel cubo  $C$ , uniformemente al variare di  $t$  in  $(0, T)$ , verso  $E^h[u_1, u_2, u_3] = 0$ .

Si ha del pari che

$$E_x^{0h}[u_1^{n(F)}, u_2^{n(F)}, u_3^{n(F)}], \dots$$

converge uniformemente, al variare del luogo e del tempo, verso  $E_x^{0h}[u_1, u_2, u_3] = 0$ , e si ha dunque in definitiva

$$\lim_{n(F) \rightarrow \infty} \Omega_T[u_1^{n(F)}, u_2^{n(F)}, u_3^{n(F)}] = 0.$$

Ma

$$0 \leq \int_0^T \mathbb{F}^{n(F)}(t, \Phi_{ki}^*(t), \Phi_{ki}^{*'}(t), \Phi_{ki}^{*''}(t)) dt \leq \Omega_T[u_1^{n(F)}, u_2^{n(F)}, u_3^{n(F)}],$$

onde segue

$$\lim_{n(F) \rightarrow \infty} \mu = 0.$$

II. CASO. — *Intervallo di tempo infinito*. Ritornando a considerare la funzione  $f$  dianzi introdotta, dobbiamo ora tener conto che al variare di  $t$  da  $0$  a  $+\infty$  si ha

$$(22) \quad |F(x_1, \dots, x_r, t)| \leq MH(t),$$

ove  $M$  è un determinato numero positivo. D'altra parte ricorrendo alla (19) si vede che i quadrati della  $f$  e delle sue derivate  $\frac{\partial f}{\partial x_h}$  e  $\frac{\partial^2 f}{\partial x_h \partial x_k}$  ( $h \neq k$ )



riescono simultaneamente maggiorati dal termine

$$(23) \quad A + Bt^2 + t^3 \int_0^1 \int_0^1 \dots \int_0^1 F^2(x_1, \dots, x_r, \tau) dx_1 \dots dx_r d\tau$$

dove  $A$  e  $B$  sono certi numeri positivi, laddove i quadrati di  $\frac{\partial f}{\partial t}$  e  $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$  riescono rispettivamente maggiorati dalle quantità:

$$(24) \quad B + t \int_0^1 \int_0^1 \dots \int_0^1 F^2(x_1, \dots, x_r, \tau) dx_1 \dots dx_r d\tau,$$

$$(25) \quad \int_0^1 \dots \int_0^1 F^2(x_1, \dots, x_r, t) dx_1 \dots dx_r.$$

Una quantità del tipo (23) riesce maggiorante anche per gli integrali

$$(26) \quad \int_0^1 \dots \int_0^1 \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x_h^2} \right)^2 dx_1 \dots dx_r, \quad (h = 1, \dots, r).$$

Ne segue, tenendo presente la (22) e la circostanza che la funzione  $H(t)$  è non decrescente al crescere di  $t$  che, con tre determinate costanti  $A$ ,  $B$  e  $C$ , la quantità

$$(27) \quad A + Bt^2 + Ct^4 H^2(t)$$

maggiora i quadrati di  $f$ ,  $\frac{\partial f}{\partial x_h}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$ ,  $\frac{\partial^2 f}{\partial x_h \partial x_h}$  ( $h \neq k$ ) nonchè gli integrali (26). Ciò intanto assicura che il funzionale  $\Omega_\infty$  ha un ben preciso significato per ogni terna di funzioni  $u_1, u_2, u_3$  appartenenti all'aggregato  $\{u\}_\infty$ .

Se ora prendiamo una  $f_n$ , è immediato che il quadrato di essa e quelli delle sue derivate  $\frac{\partial f_n}{\partial x_h}$ ,  $\frac{\partial^2 f_n}{\partial x_h \partial x_h}$  ( $h \neq k$ ) riescono maggiorati dal termine (23) indipendente da  $n$ ; i quadrati di  $\frac{\partial f_n}{\partial t}$  e  $\frac{\partial^2 f_n}{\partial t^2}$  riescono rispettivamente maggiorati dalle quantità (24) e (25), laddove una quantità del tipo (23) riesce maggiorante anche per gli integrali

$$(28) \quad \int_0^1 \dots \int_0^1 \left( \frac{\partial^2 f_n}{\partial x_h^2} \right)^2 dx_1 \dots dx_r, \quad (h = 1, \dots, r).$$

Si perviene dunque alla conclusione che la quantità (27) maggiore anche i quadrati di  $f_n$ ,  $\frac{\partial f_n}{\partial x_h}$ ,  $\frac{\partial f_n}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial^2 f_n}{\partial t^2}$ ,  $\frac{\partial^3 f_n}{\partial x_h \partial x_k}$  ( $h \neq k$ ) nonchè gli integrali (28).

Se ora prendiamo il funzionale  $\Omega_\infty$  (per  $T = +\infty$ ) e vi introduciamo  $u_1^{n(F)}$ ,  $u_2^{n(F)}$ ,  $u_3^{n(F)}$ , si ha, comunque si fissi un  $T$ ,

$$\Omega_\infty [u_1^{n(F)}, u_2^{n(F)}, u_3^{n(F)}] = \Omega_T [u_1^{n(F)}, u_2^{n(F)}, u_3^{n(F)}] + \Lambda_T,$$

ove

$$\Lambda_T = \int_T^\infty (\dots) dt,$$

ed è

$$0 \leq \Lambda_T \leq L \int_T^\infty Q(t) P^2(t) [A + Bt^3 + Ct^4 H^2(t)] dt,$$

designando  $L$  un certo numero positivo.

Per le ipotesi ammesse, comunque si prescriva un numero positivo  $\varepsilon$ , possiamo scegliere  $T$  in modo che riesca:

$$\Lambda_T < \frac{\varepsilon}{2},$$

onde, se, così fissato  $T$ , i numeri  $n(F)$  sono tanto grandi da risultare

$$\Omega_T [u_1^{n(F)}, u_2^{n(F)}, u_3^{n(F)}] < \frac{\varepsilon}{2},$$

si ottiene anche

$$\Omega_\infty [u_1^{n(F)}, u_2^{n(F)}, u_3^{n(F)}] < \varepsilon$$

Segue, pertanto, anche in questo secondo caso,

$$\lim_{n(F) \rightarrow \infty} \mu = 0.$$

### § 6. Cenno di altri metodi di approssimazione.

I fatti stabiliti nel paragrafo precedente, secondo i quali, per ogni soluzione  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  del problema, le funzioni

$$E^h(u_1^{n(F)}, u_2^{n(F)}, u_3^{n(F)}), \quad (h = 1, 2, 3)$$

al divergere simultaneo dei numeri  $n(F)$ , convergono in media in  $C$  verso



lo zero e le funzioni

$$E_x^{0h} [u_1^{(F)}, u_2^{(F)}, u_3^{(F)}], \dots, \quad (h = 1, 2, 3)$$

convergono in  $C$  puntualmente a zero, suggeriscono, essi pure, due procedimenti di integrazione approssimata delle (2) e (3), già considerati in taluni casi particolari, dei quali però andrebbero in generale precisate le condizioni di convergenza.

Un primo procedimento, che diremo *dei momenti*, è il seguente:

Detto  $[\Gamma_i(x)]$  un sistema completo di funzioni nell'intervallo  $(0, 1)$  operiamo con gli operatori  $E^h, E_x^{0h}, \dots$ , sulle funzioni (16) ed eguagliamo a zero i momenti delle funzioni, che così si ottengono, nel cubo  $C$ , rispetto al sistema completo  $[\Gamma_i(x) \cdot \Gamma_k(y) \cdot \Gamma_l(z)]$ , e sulle varie facce di  $C$  rispetto ai sistemi di funzioni  $[\Gamma_k(y) \cdot \Gamma_l(z)], \dots$ .

Si otterranno così infinite equazioni differenziali, al più, di secondo ordine nelle  $v_1 + v_2 + v_3$  funzioni incognite  $\Phi_{hi}(t)$ . Dato, a tali equazioni differenziali, un opportuno ordine, ne conserveremo le prime  $v_1 + v_2 + v_3$  e da queste, tenendo conto delle condizioni iniziali, si perverrà al calcolo delle  $\Phi_{hi}(t)$ .

Un secondo procedimento, che diremo *locale*, consiste nell'eguagliare a zero le funzioni, delle quali nel precedente metodo abbiamo considerato i momenti, in punti scelti nel cubo  $C$  in opportuna posizione ed in tal numero da avere  $v_1 + v_2 + v_3$  equazioni che risulteranno differenziali, lineari, e al più del secondo ordine nelle  $\Phi_{hi}(t)$ .

*Nota del socio G. D' Erasmo e del prof. F. Penta*

(Adunanza del dì 7 novembre 1936 - XV)

**Sunto.** — Premesse brevi considerazioni sulla estrema rarità delle rocce silicee nella regione Murgiana, generalmente consistenti in limitati sedimenti alluvionali pleistocenici, vengono presi in esame i caratteri, macroscopici e microscopici, la costituzione chimico-mineralogica e la probabile genesi di una roccia silicea recentemente rinvenuta nel sottosuolo di Minervino Murge, intercalata al calcare cretacico.

Nella regione Murgiana, essenzialmente calcarea — costituita, com'è noto, da una impalcatura cretacica, sulla quale si adagia qua e là un mantello, solo in parte scampato alla denudazione, di più molli depositi plio-pleistocenici — può dirsi che le rocce silicee siano pressochè totalmente assenti. Infatti i vari autori, che si sono occupati della geologia della Terra di Bari, o non fecero speciale menzione di rocce quarzose, o considerarono i rari massi rinvenuti in qualche località come materiale trasportato dalle alluvioni quaternarie, e perciò di remota provenienza. Così, ad esempio, Antonio JATTA <sup>1)</sup>, nel suo interessante studio geologico e paleontologico della provincia di Bari, che pur rimontando al 1887 rappresenta il primo lavoro esteso su questa regione, ricorda come « ... a piè delle Murge, e nelle vallate che scendono dalle stesse possono incontrarsi dei massi di roccia silicea. Esaminando però questi massi, che si mostrano di forma arrotondata, e per buona parte immersi nel terreno di trasporto che li circonda, si comprenderà facilmente come anch'essi sien venuti da lungi e non rappresentino una roccia esistente con giacitura naturale in questa provincia. Potrebbe trattarsi di blocchi staccatisi dalle gicgaie degli Appennini e trasportati qui in epoca remotissima dalle forti correnti torrenziali, che potettero un giorno irrompere verso l'Adriatico ».

Trattando dei caratteri della roccia e delle sue applicazioni, lo stesso autore osserva che essa « è durissima, molto pesante, di color bianco-livido, con frattura scagliosa, traslucida. Spesso all'interno offre delle geodi con cristallizzazioni in piccolissimi ottaedri raggruppati tra loro e poco precisi. Viene usata comunemente dai figli del luogo per dare la patina ai rozzi vasi di argilla che lavorano. A tale scopo si fanno calcinare dei pezzi della roccia, e poscia ridotta questa in polvere molto fina si aggiunge nelle debite

<sup>1)</sup> JATTA A., *Appunti sulla geologia e paleontologia della provincia di Bari*. Rassegna Pugliese di Sc., Lett. ed Arti, anni I e II. Trani, 1887.

proporzioni al colore, che è sempre un preparato di piombo misto spesso con ferro ».

Questi ciottoli, di dimensioni variabilissime, sarebbero raggruppati in diversi punti, e specialmente nei pressi di Ruvo, ove lungo il corso del torrente Le Lame, nella località detta Focaia, occupano un'area di poco più di 200 metri quadrati, assumendo quasi l'aspetto delle *rôches moulonnées* delle regioni glaciali. Secondo JATTA, essi, staccati dai monti della vicina Lucania e travolti dalle forti correnti pleistoceniche, sarebbero discesi in Puglia per la vallata che vien giù dal Vulture per Melfi e Lavello.

E Cosimo DE GIORGI, che fin dal 1880 aveva descritto alcune sabbie silicee nella località di Salamina, circa quattro chilometri a sud-est di Fasano, ricorda, a breve distanza da quella località, « una roccia dura, pesante, scintillante all'acciarino, traente un po' al grigio e cosparsa di minutissimi granuli di quarzo e di silice amorfa » come quella che avrebbe verosimilmente dato origine, per alterazione, al detrito calcareo-siliceo trasportato dalle acque e accumulato in basso a Salamina <sup>1)</sup>. Ma le osservazioni del DE GIORGI furono più tardi contestate dal VIRGILIO. Quest'autore poté infatti dimostrare, nel 1900, non solo che la roccia di Salamina contiene silice soltanto in tracce, ma che il deposito detritico accumulato lì presso deve senza dubbio derivare — per i caratteri microscopici dei granuli silicei e di quelli calcarei, affatto arrotondati — da una sabbia marina litoranea, la quale venne in seguito cementata da carbonato calcico portatovi dalle acque filtranti attraverso gli strati calcarei superiori.

Lo stesso VIRGILIO — al quale è dovuto lo studio finora più completo di geomorfogenia della provincia di Bari — non può fare a meno di notare, a questo proposito, come « dei molti calcari del Barese, trattati con qualche acido, nessuno dette residuo siliceo », e che pertanto « la silice della sabbia marina deve spiegarsi come proveniente dalle alluvioni dell'Ofanto trasportate dalla corrente litoranea su quelle spiagge » <sup>2)</sup>.

Premesse queste brevi considerazioni per dimostrare, con la testimonianza concorde dei vari autori, che si occuparono della geologia murgiana, la mancanza di vere rocce quarzose, non trasportate, nella regione, veniamo ora all'oggetto principale della presente nota, la quale ha lo scopo di richiamare l'attenzione degli studiosi sulla esistenza di una particolare roccia silicea, messa recentemente in luce sotto l'abitato di Minervino Murge, durante i lavori della fognatura. La roccia, che in paese è volgarmente chiamata *pietra focaia*, venne raggiunta, al di sotto di uno spessore di circa m. 2 del solito calcare cretacico murgiano, specialmente lungo la via Cavour

---

<sup>1)</sup> PEPE L. e DE GIORGI C., *Da Salamina ad Egnazia. Sabbie vetrarie presso Fasano*. Ostuni, 1880.

<sup>2)</sup> VIRGILIO F., *Geomorfogenia della provincia di Bari*. « La Terra di Bari », vol. II. Trani, 1900.



e il Corso Umberto I, che seguono, in direzione nord-sud, la cresta della dorsale o sperone delle Murge. Lo strato siliceo, che misura ivi circa 30 cm. di altezza, pare che si continui anche ai margini dell'abitato, ove le diverse cave di pietra, che utilizzano il calcare secondario a scopo edilizio <sup>1)</sup> e che sono situate ad una altitudine media di 450-500 m. sul mare, la incontrarono, sempre con i medesimi caratteri e con lo stesso spessore, ad una profondità non molto diversa.

Su questa roccia, la quale offre pertanto, in confronto di quelle silicee finora conosciute nelle Murge, l'interesse di una diversa giacitura e di una differente origine, richiamarono cortesemente la nostra attenzione gl'ingegneri Giuseppe Di LONARDO e Michele SALVATI, dell'Ente Autonomo per l'Acquedotto Pugliese, i quali ci fornirono altresì sulla giacitura di essa le notizie che precedono. A loro, e all'ing. CELENTANI, direttore dell'esercizio, che si piacque accogliere la nostra preghiera mettendo a disposizione campioni della roccia e risultati dell'analisi chimica, eseguita nella Facoltà di Scienze Economiche e Commerciali di Bari, siamo lieti di rinnovare i nostri ringraziamenti più vivi.

Riservandoci di far conoscere, in altra nota, le particolarità stratigrafiche del territorio ed i precisi rapporti della roccia ora esaminata con quelle incassanti, desideriamo fin da ora dare brevi notizie sui caratteri macroscopici e microscopici ch'essa presenta, sulla sua costituzione chimico-mineralogica e sulla sua probabile genesi, affatto distinta da quelle innanzi indicate dagli autori per le altre rocce silicee della regione.

*Caratteri macroscopici.* — Massa ad occhio nudo cristallina, ma a grana minutissima, con splendore prevalente, ma non uniforme, grasso. Colore della massa bianco non uniforme, con tendenza predominante verso il grigiastro (ove predomina anche lo splendore grasso); si notano macchie spiccatamente bianche e macchie tendenti verso il bruno-rossigno. Colore della polvere: bianco. Frattura irregolare a spigoli spesso vivi e lievemente translucidi.

La roccia incide con grande facilità il vetro. Il temperino in alcuni punti lascia il solco; ma in genere lascia la sua traccia metallica.

Benchè nella massa la roccia si presenti con un aspetto continuo e compatto, osservata attentamente, anche ad occhio nudo, si rivela attraversata da numerosi vuoti, che da qualche millimetro arrivano talvolta fino al mezzo centimetro. Le pareti dei vuoti sono tappezzate da cristallini di calcite, che arrivano fino a 2-3 mm. di dimensione. Tali vuoti spesso sono

---

<sup>1)</sup> Per i caratteri della erosione superficiale di questi calcari cretacici, i quali presentano, presso Minervino, una serie di conche carsiche, o doline, a forma di scodella, con elementi di grande affinità morfologica, cfr. la nota di COLAMONICO C. *Una serie di doline sull'orlo del rialto murgiano di Minervino*, Boll. Statist. Amministr. del Comune di Bari, anno 1918, n. 4. Bari, 1919.

concentrati in zone più o meno estese, in modo che, specie là dove sono visibili le zonature calcitiche impiantate sulle pareti, si ha la netta impressione di depositi concrezionati. Talvolta detti vuoti sono completamente colmati dai depositi calcitici posteriori.

Sulle facce segate e levigate la roccia assume un aspetto identico ad un comune calcare organogeno, tanto più che i vuoti, poi colmati, hanno spesso contorni che potrebbero far pensare ad avanzi organici.

Osservata con una lente d'ingrandimento ( $\times 10$  sup.), la roccia si risolve in un aggregato olocristallino di quarzo e di calcite: mentre però il quarzo si può dire sia uniformemente e minutamente diffuso in tutta la massa, la calcite, in individui sempre più sviluppati di quelli di quarzo, si concentra in zone e venule, oltre, s'intende, che nella incrostazione delle succennate cavità. Le zone di aggregati calcitici sono poste facilmente in vista, oltre che dalla più facile scalabilità della roccia e dalla facile solubilità in HCl dil. f., dalla soluzione calda di nitrato di cobalto; la quale soluzione, pur colorando lievemente tutta la massa, induce una tinta molto più spiccata sia ai cristalli delle cavità che a zone singole della massa.

Mentre in genere la calcite delle cavità o delle varie zone di arricchimento è bianca o, per essere più esatti, del tutto incolore e trasparente, in alcune cavità è impiantata sotto forma di aggregati opachi, giallastri per inquinamento di idrossidi di ferro.

Il peso specifico apparente è risultato su due provini di 2.60 e 2.57, ed in media perciò di 2.585.

*Caratteri microscopici.* — Osservata in sezione sottile ed in « detriti », la roccia si presenta costituita da quarzo <sup>1)</sup> (ad estinzione raramente e lievemente ondulata) in individui più o meno minuti (da meno di 1/100 di mm. a 3-4/10 di mm.); questi individui sono giustapposti fra loro ed in genere senza alcun orientamento prevalente e senza sviluppo esterno cristallino salvo che sulle pareti delle cavità, ove sono disposti pressochè perpendicolari alle pareti stesse e quindi con i vertici delle piramidi talvolta emergenti nelle cavità medesime.

Nei « detriti » della roccia, capitandovi anche i cristalli tappezzanti le pareti dei vuoti, si notano prismi piramidati di quarzo di qualche decimo di mm.

Frammista al quarzo, ma più spesso concentrata in singole zone, è distribuita la calcite, talvolta resa opaca da minutissima polvere (sostanze argillose), la quale nella massa della roccia si mantiene sempre in individui di dimensioni inferiori a pochi decimi di mm. Anche questi individui di calcite quasi sempre si presentano senza contorno cristallino.

---

<sup>1)</sup> L'esame delle 5 sezioni studiate permette di escludere la presenza di detriti granulari di quarzo con zonature esterne di quarzo secondario orientato, la presenza cioè dei caratteri frequenti nelle rocce silicee d'origine clastica ed a cemento siliceo

In qualche lembo delle sezioni si notano veli di idrossido di ferro, i quali per l'estrema loro sottigliezza a mala pena si rivelano con la tinta giallastra che imprimono alla sezione, senza però influire sugli effetti ottici del minerale, che ne è impregnato o ricoverto.

In cinque sezioni studiate non si è riscontrata la presenza sicura di calcedonio; soltanto in qualche punto il quarzo è così minutamente suddiviso e perciò in individui sottilissimi sovrapposti da simulare quasi il calcedonio.

Premessa questa descrizione generale sulla costituzione mineralogica del materiale, vanno rilevate alcune singolarità di distribuzione degli individui cristallini, le quali permettono di trarre qualche elemento utile a ricostruire la genesi della roccia in esame.

Nelle sezioni si nota molto frequentemente che gli individui di quarzo sono distribuiti e disposti in modo da formare delle lenti spesso molto allungate (dell'ordine di  $3 \times 0,3$  mm.), ma anche più tozze ( $2 \times 0,7$  mm.), l'interno delle quali è riempito di calcite; mentre questa calcite (in più individui) forma il nucleo centrale dal contorno irregolare o occupa buona parte dell'interno della lente, o, finanche, ne costituisce in sezione una striscia assiale (anche essa lentiforme), il quarzo in individui minuti e senza un orientamento predominante costituisce l'involucro delle lenti stesse.

Talvolta due o più di siffatte lenti sono vicine fra loro, in modo da far ricordare col loro assieme piccole conchiglie, i cui vuoti siano stati colmati da calcite e le cui pareti siano state silicizzate. Tale richiamo di avanzi fossili potrebbe essere avvalorato da nuclei di calcite rivestiti di quarzo (quest'ultimo sempre in più individui), di forme piuttosto rotondeggianti, che spesso si rinvencono nelle sezioni.

L'interpretazione di tutte queste forme di aggregati come residui fossili mineralizzati è resa però poco attendibile dalla considerazione che nessuno di questi aggregati può in sostanza avvicinarsi a forme organogene ben definite <sup>1)</sup> e dalla presenza, nei preparati esaminati, di alcuni rombi (dai lati rigorosamente rettilinei ed a 2 a 2 paralleli), smussati per dissoluzione soltanto in un vertice, costituiti da calcite al centro e da quarzo lungo gli orli: da romboedri di calcite cioè pseudomorfosati da quarzo; ad analoghi romboedri potrebbero allora farsi risalire molte delle lenti silicizzate avanti descritte.

Osserviamo, inoltre, che per estese aree delle sezioni sottili della roccia si nota la distribuzione del quarzo tipicamente concrezionata, già notata anche per la calcite, nell'esame macroscopico.

---

<sup>1)</sup> Per alcune forme di incrostazioni calcitiche e di concrezioni di solfuro di ferro simulanti resti di organismi, vedi: PENTA F., *Incrostazioni calcitiche in vecchie grotte cavate nel « tufo giallo napoletano »*. Boll. Soc. d. Nat. in Napoli, vol. XLVI, 1934, pag. 157 e 158. — D'ERASMO G., *Incrostazioni calcaree simulanti organismi fossili*. Rend. R. Acc. Sc. fis. e mat., s. IV, vol. VI, pag. 118. Napoli, 1936.



È da rilevare infine, che entro la massa di quarzo si notano venule di calcite a cristalli molto più minuti e che talvolta assumono una distribuzione a corona.

*Costituzione chimico-mineralogica.* — Riportiamo ora i risultati dell'analisi chimica eseguita dall'Istituto di Merceologia della Facoltà di Scienze Economiche e Commerciali dell'Università di Bari:

H <sub>2</sub> O igroscop.	CO <sub>2</sub>	SiO <sub>2</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> e tracce di Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	MgO	indet.	Σ
0.03	9.42	77.08	0.64	11.25	0.45	1.13	100.00

Dal calcolo dei risultati di tale analisi, interpretati in conformità dei risultati delle osservazioni microscopiche, risulta che per la roccia in esame può ritenersi la seguente composizione mineralogica quantitativa ponderale:

Quarzo . . . . .	77.00 %
Calcite (con tracce di magnesia). . . . .	21.00 »
Sostanze argillose, impregnazioni di ossidi di Fe ed altre impurità . . . . .	1.97 »
Acqua igroscopica . . . . .	0.03 »
Totale (in peso)	100.00 %

*Natura e genesi della roccia.* — Dalla descrizione e dai risultati dell'analisi su riportati immediatamente si deduce che il materiale in esame, dal punto di vista chimico-mineralogico, costituisce una roccia silicea col 21 % di calcite e col 2 % di impurità varie.

Dal punto di vista genetico, poi, le osservazioni premesse permettono di assodare, che la roccia deriva dalla silicizzazione di un calcare. L'esame dei campioni finora prelevati non permette di stabilire, per sola via petrografica, se detto calcare in origine fosse organogeno, in quanto mancano sicure tracce di fossili, siano pure silicizzati; certo è che nella roccia originaria dovevano essere già presenti cristalli di calcite abbastanza grandi: i romboedri pseudomorfosati. La roccia in esame deriva pertanto del deposito concrezionare di silice cristallina entro o su un materiale calcareo, che fu contemporaneamente in gran parte metasomatizzato.

Certo è che dovettero verificarsi condizioni (di temperatura e pressione, d'ambiente o di corrente silicizzante) favorevoli, perchè potesse aversi una precipitazione di quarzo, anzichè una semplice opalizzazione o tutto al più formazione di calcedonio. E questa considerazione permette anche di ritenere poco probabile che la silice provenga dalla dissoluzione di gusci silicei

di organismi preesistenti nel materiale, e cioè poco probabile che il processo di silicizzazione possa ascriversi ad una comune diagenesi.

La roccia in esame rientra fra quelle che il RINNE <sup>1)</sup> pone fra le rocce silicee di precipitazione, richiamando specialmente le varietà da lui indicate col nome di *quarziti* <sup>2)</sup> e « risultanti dalla sostituzione della silice al calcare... ».

Va intanto notato che lo stesso RINNE (op. e pag. cit.), parlando delle pietre da mole di tale origine dei dintorni di Parigi, oltre che alla dissoluzione dei gusci e perischeletri silicei, anche a cause sconosciute attribuisce la provenienza della silice che impregnò quelle rocce. È infine da ricordare, che lo stesso A. (Op. cit., pag. 507) riconosce che molte delle « *quarziti* » sono delle rocce filoniane, ove l'agente trasportatore è stato essenzialmente l'acqua <sup>3)</sup>.

In vista anche di ciò, sulla base delle osservazioni petrografiche, e salvo quindi gli eventuali risultati di indagine che potranno offrire le condizioni di giacitura della roccia in rapporto a quelle incassanti ed ai terreni circostanti, si può ritenere che la roccia in esame rappresenti un calcare metasomatizzato da una corrente idrotermale silicifera. Le vene ed i riempimenti di calcite innanzi rilevati rappresenterebbero depositi posteriori a tale metasomatosi.

*Napoli, Istituto di Geologia applicata della R. Università, Giugno 1936 - XIV.*

---

<sup>1)</sup> RINNE F., *La Science des roches*, pag. 506, Paris, J. Lomarre, 1928 (Traduzione dalla 8-9<sup>a</sup> edizione tedesca di L. BERTRAND).

<sup>2)</sup> Occorre qui avvertire che il RINNE usa il termine di « *quarziti* » per indicare rocce di precipitazione chimica e non rocce tipicamente metamorfiche, come da noi più comunemente s'usa.

<sup>3)</sup> Presso a poco le stesse ipotesi (per diagenesi e per venute idrotermali) in merito al prodotto di silicizzazione dei calcari espongono il RASTALL R. H. nella sua *Physico-chemical Geology* (Londra, El. Arnold e C., 1927, pag. 152) e il TWENHOFEL W. nel suo *Treatise of Sedimentation* (Baltimore, The Williams a. Wilkins Comp., 1926, pag. 386 e seg.).

Il GROUT F. F. (*The Petrology of sedimentary rocks*, New York a. London, Mc. Graw-Hill Book Comp., 1932, pag. 339) esprime invece soltanto l'ipotesi che la silice provenga da resti silicei di organismi e non fa cenno della possibilità di silicizzazione per correnti idrotermali.

OSSERVAZIONI MERIDIANE DEL PIANETA GIOVE  
ESEGUITE NEL GIUGNO E LUGLIO 1936

*Nota della Dott. M. Viaro, presentata dal socio corr. L. Carnera*

(Adunanza del dì 7 novembre 1936 - XV)

**Sunto.** — Si dà conto della determinazione di 24 ascensioni rette del pianeta Giove, eseguite allo strumento dei passaggi di Bamberg nel giugno e nel luglio 1936.

Per quanto riguarda le condizioni strumentali, e il metodo di osservazione, usati per determinare le ascensioni rette del pianeta Giove, che qui riportiamo, nulla vi è di cambiato rispetto a quello che fu detto nelle note <sup>1)</sup> da me pubblicate su questo argomento.

L'orologio di confronto fu sempre il RIEFLER 393, e per le ragioni dette nelle « Osservazioni di Urano e Cerere », nel ridurre le letture delle livelle non si tenne conto della irregolarità del diametro dei perni.

Le stelle di confronto, scelte fra le fondamentali del Berliner Astronomisches Jahrbuch, furono ridotte mediante l'opportuna correzione al FK3. Le loro posizioni medie per il 1936 sono le seguenti:

	$\alpha$ 1936			$\delta$ 1936		
$\gamma$ Herculis	16 <sup>h</sup>	19 <sup>m</sup>	5 <sup>s</sup> .728	+ 19 <sup>o</sup>	18'	7 <sup>''</sup> .84
$\beta$ Herculis		27	28.061	+ 21	37	40.03
$\zeta$ Ophiuchi		33	37.940	— 10	26	20.44
$\eta$ Herculis		40	42.078	+ 39	2	34.87
$\epsilon$ Scorpii		46	0.775	— 34	10	43.62
$\epsilon$ Herculis		57	50.417	+ 31	1	10.16
$\eta$ Ophiuchi	17	6	42.314	— 15	38	50.44
$\alpha$ Herculis		11	43.688	+ 14	27	42.68
$\delta$ Herculis		12	24.126	+ 24	54	48.43
$\zeta$ Ophiuchi		18	4.582	— 24	56	14.69
$\alpha$ Ophiuchi		31	57.749	+ 12	36	18.54
$\xi$ Serpentis		33	55.207	— 15	21	35.93
$\delta$ Ophiuchi		40	18.597	+ 4	35	32.88
$\mu$ Herculis		43	57.141	+ 27	45	24.83
$\eta$ Ophiuchi	18	4	18.890	+ 9	33	11.90

<sup>1)</sup> Osservazioni del pianeta Saturno. Contributi astronomici. Serie II, N. 8.  
Osservazioni di Urano e Cerere. » » » » » 13.



Le posizioni medie per il 1936 delle polari, usate almeno in numero di due in ciascuna serata di osservazione, per la determinazione degli azimut strumentali, sono:

	$\alpha$ 1936			$\delta$ 1936			
Grb. 750	4 <sup>h</sup>	15 <sup>m</sup>	40 <sup>s</sup> .58	+ 85°	23'	1".99	(Berliner Jahrbuch)
$\epsilon$ Ursae min.	16	52	27.37	+ 82	8	44 .05	»
$\delta$ Ursae min.	17	52	50.99	+ 86	36	45 .74	»

Riportiamo nella prima tabella, sera per sera, le differenze ottenute fra il  $\Delta t$  medio e il  $\Delta t$  di ciascuna stella di confronto; si intende che i  $\Delta t$  sono già ridotti al tempo della culminazione di Giove, tenendo conto dell'andamento dell'orologio. Nella seconda tabella vi sono:

- 2.<sup>a</sup> colonna — I tempi del passaggio al meridiano del primo bordo del pianeta (valori osservati).
- 3.<sup>a</sup> » — Il tempo, che il semidiametro equatoriale di Giove impiega nel passare al meridiano (Nautical Almanac)
- 4.<sup>a</sup> » — I tempi del passaggio al meridiano del centro del pianeta (valori calcolati dal Nautical Almanac)
- 5.<sup>a</sup> » — Le differenze fra le osservazioni e il calcolo.

Nell'ultima colonna vi è, come al solito, qualche annotazione sulle condizioni meteorologiche e sulle immagini stellari.

*R. Osservatorio Astronomico di Napoli, ottobre 1936 - XIV.*

TABELLA I.

*Differenza fra il  $\Delta t$  medio ottenuto sera per sera e il  $\Delta t$  di ciascuna stella*

Data	$\gamma$ Herc.	$\beta$ Herc.	$\zeta$ Oph.	$\eta$ Herc.	$\epsilon$ Scorpii	$\epsilon$ Herc.	$\eta$ Oph.
1936							
VI 10	+0.023	+0.020	-0.011	+0.029	-0.011	-0.022	-0.016
12	+0.050	+0.024	+0.022	+0.012	-0.047	-0.012	+0.030
15		-0.006	+0.009	-0.008	-0.015	+0.016	+0.041
16	-0.013	+0.025	+0.053	+0.037	-0.055	-0.004	+0.017
21	+0.013	+0.044	+0.024	-0.009	-0.019	+0.042	
22		+0.024	-0.006	+0.045	-0.001	+0.037	
28		+0.010	-0.026	-0.032	+0.026	0.000	
30	+0.027	+0.014	-0.003			-0.019	+0.020
VII 2		+0.041	+0.020	+0.010	-0.064	+0.040	
3		+0.012	-0.007	-0.012	-0.045	+0.032	+0.020
8		+0.010	+0.021	-0.011			-0.007
9		+0.089	+0.001	+0.053	-0.044		-0.014
10			+0.034	+0.005	-0.045		+0.027
12					-0.047		+0.044
13			-0.008	+0.055	-0.045		-0.033
15							+0.040
17			+0.044	+0.030	-0.045		-0.052
18					-0.028		-0.022
19				+0.056			+0.050
20			+0.002	+0.048	-0.058		-0.011
21			-0.026	+0.044	-0.034		-0.042
22				+0.034	-0.011		0.000
23			-0.015	+0.010	-0.033		+0.010
24			+0.027	+0.005	-0.044		-0.012

Segue TABELLA I.

$\alpha$ Herc.	$\delta$ Herc.	$\gamma$ Oph.	$\alpha$ Oph.	$\xi$ Serp.	$\beta$ Oph.	$\mu$ Herc.	$\gamma_2$ Oph.
		—0 <sup>s</sup> .027	+0 <sup>s</sup> .011				
		—0.078					
		—0.036					
		—0.048	—0.008				
—0 <sup>s</sup> .004		—0.053	—0.040	—0 <sup>s</sup> .001			
—0.037			—0.011	—0.050			
+0.024		+0.001					
+0.022		—0.060					
		—0.047					
		+0.003					
	+0 <sup>s</sup> .011	—0.055	—0.003	+0.034			
	+0.003	—0.090					
	+0.044	—0.065					
	+0.026	—0.042	+0.013	+0.005			
	+0.025		0.000	—0.034	—0 <sup>s</sup> .009	+0 <sup>s</sup> .045	
	+0.030	—0.030	—0.040				
		+0.012	—0.022	+0.033			
		—0.030	+0.027	—0.016	+0.018	+0.050	
	+0.006	—0.074	—0.031	—0.031	—0.003	+0.029	
	+0.012						+0 <sup>s</sup> .010
	+0.041		—0.003		+0.019		
	+0.017	—0.066	+0.008	—0.033	+0.039	+0.046	
	+0.034	—0.043	+0.013			+0.025	
	+0.042	—0.045	+0.009	—0.001	0.000	+0.038	—0.020



TABELLA II.

DATA	Passaggio in meridiano del primo bordo di Giove (valori osservati)	Semi diametro equatoriale del pianeta	$\alpha$ calc.	O - C	Annotazioni sulle condizioni meteorologiche
1936					
VI 10	17 <sup>h</sup> 14 <sup>m</sup> 34 <sup>s</sup> .992	1 <sup>s</sup> .66	17 <sup>h</sup> 14 <sup>m</sup> 36 <sup>s</sup> .63	+ 0.02	Leggeri veli.
12	13 29.137	1.66	13 30.73	+ 0.07	
15	11 50.659	1.66	11 52.26	+ 0.06	
16	11 17.911	1.66	11 19.63	- 0.06	
21	8 37.300	1.65	8 39.03	- 0.08	Vento piuttosto forte. Vento, qualche nube, immagini brutte.
22	8 5.851	1.65	8 7.57	- 0.07	
28	5 3.755	1.64	5 5.41	- 0.01	
30	4 5.969	1.64	4 7.65	- 0.04	Cielo sereno all'inizio, poi dense nubi verso sud. » » » , poi vento e veli densi.
VII 2	3 9.894	1.63	3 11.62	- 0.10	
3	2 42.597	1.63	2 44.29	- 0.06	
8	0 33.499	1.62	0 35.20	- 0.08	
9	0 9.298	1.61	0 11.00	- 0.09	» » » , poi densi veli.
10	16 59 45.738	1.61	16 59 47.37	- 0.02	
12	59 0.247	1.60	59 1.88	- 0.03	
13	58 38.354	1.60	58 40.05	- 0.10	
15	57 56.574	1.59	57 58.27	- 0.11	Immagini non buone, forte scintillazione.
17	57 17.428	1.59	57 19.13	- 0.11	
18	56 58.851	1.58	57 0.56	- 0.13	
19	56 41.020	1.58	56 42.70	- 0.10	
20	56 23.840	1.58	56 25.52	- 0.10	Immagini non buone, vento. » » » , vento debole.
21	56 7.347	1.57	56 9.06	- 0.14	
22	55 51.651	1.57	55 53.32	- 0.10	
23	55 36.741	1.57	55 38.30	+ 0.01	
24	55 22.431	1.56	55 24.02	- 0.03	

## SULL' ATTRAZIONE MATRIMONIALE PER ALFABETISMO IN ITALIA

*Nota del dott. G. de Meo, presentata dal socio ord. R. Marcolongo*

(Adunanza del dì 7 novembre 1936 - XV)

**Sunto.** — In base a dati rilevati da alcuni censimenti e dal movimento della popolazione, si analizza l'andamento dell'attrazione per alfabetismo degli sposi attraverso il tempo nei vari compartimenti d'Italia e nel complesso del Regno. Si espone anche un metodo atto a studiare l'attrazione matrimoniale con un indice indipendente dalle variazioni della composizione della massa dei matrimoni.

1. In una precedente nota <sup>1)</sup> dopo aver ricordato succintamente alcuni fra i metodi usati per misurare l'attrazione matrimoniale, abbiamo esaminato il comportamento degli indici stessi calcolati sui matrimoni classificati per stato civile nei vari Compartimenti, in alcuni degli anni che vanno da poco dopo la costituzione del Regno fino al 1926.

In questa seconda nota, abbiamo esaminato invece un altro carattere degli sposi: l'alfabetismo, e rimandiamo senz'altro il lettore alla nota citata per quanto riguarda la parte relativa al metodo di calcolo degli indici:  $I$ ,  $s$  e  $\omega$  che anche qui vengono usati.

È necessario però fare ora alcune considerazioni, anch'esse di carattere metodologico, per cercare di esaminare il problema dell'attrazione per alfabetismo da un punto di vista alquanto differente da quello generalmente usato per la determinazione degli indici più in uso.

2. Nella precedente nota abbiamo ricordato come tutti gli indici in uso risentono, sia pure in diversa misura, delle variazioni che subiscono nel tempo e nello spazio le proporzioni degli  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A'_1$ , e  $A'_2$  <sup>2)</sup>. Ora, per cercare una presumibile misura del «senso di simpatia» indipendente da siffatte variazioni, si può fare il seguente ragionamento.

Gli individui formanti la popolazione coniugabile possono riguardarsi come individui di 1.<sup>o</sup> ordine, mentre le coppie matrimoniali che dalla popolazione direttamente derivano, possono riguardarsi come individui di 2.<sup>o</sup> ordine <sup>3)</sup>. Orbene, *si possono mettere a raffronto le combinazioni matrimoniali*

<sup>1)</sup> G. DE MEIO, *Sull' attrazione matrimoniale per stato civile*. Rendiconti della R. Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli, Serie 4.<sup>a</sup>, vol. VI, 1936.

<sup>2)</sup> Cfr. F. SAVORGNAN, *La misura dell' omogamia e dell' endogamia*. Atti del Comitato Italiano per lo Studio dei problemi della popolazione, Roma, 1931.

<sup>3)</sup> Cfr. G. ANDREOLI, *Indici di attrazione, selezione e omogamia in fenomeni statistici*. Rendiconti R. Accademia Sc. Fis. e Matematiche, Napoli, Serie IV vol. IV;

effettivamente rilevate con quelle che si sarebbero potute verificare nella popolazione coniugabile nell'ipotesi di accoppiamento casuale. In altre parole, data una certa popolazione distinta in un certo istante a seconda di un carattere alternativo ( $A_1$  e  $A_2$  per i M e  $A'_1$  e  $A'_2$  per le F), vediamo come si accoppierebbero in matrimonio gli individui di questa popolazione se solamente il caso dominasse la scelta del coniuge. Si formerebbe evidentemente, in base al principio delle probabilità composte, un certo numero di coppie endogene ed un certo numero di coppie esogene; l'eccedenza relativa di quelle su queste, darà la misura con cui, la data popolazione dovrebbe, per la sua specifica composizione, anche se accoppiata a caso, presentare una certa omogamia o eterogamia o indifferenza (valore di  $\omega \geq 0$ )<sup>1)</sup>.

Se l'omogamia della popolazione coniugabile viene confrontata con l'omogamia della massa dei matrimoni, si trova che quest'ultima è in generale maggiore, appunto perchè vi sono delle forze che tendono a far avvenire i matrimoni omogami in misura maggiore di quanto sarebbe da attendersi a caso, anche in relazione alla composizione della popolazione (individui di 1.<sup>o</sup> ordine). Una misura di questa forza potrebbe esser data appunto dalla differenza fra l'omogamia osservata per i matrimoni e l'omogamia che presenta la popolazione coniugabile nell'ipotesi di accoppiamento casuale. Chiamato  $\omega_{pc}$  l'indice di omogamia della popolazione coniugabile accoppiata a caso;  $\omega_m$ , l'indice di omogamia della massa dei matrimoni, ed  $h$  l'attrazione, si ha perciò:

$$h = \omega_m - \omega_{pc}. \quad [1]$$

Operando in tale maniera, si tenderebbe ad eliminare l'influenza che può esercitare sul valore dell'indice di omogamia la diversa composizione della popolazione in seno alla quale i matrimoni si verificano. E l'importanza della eliminazione di questo fattore perturbatore si riconosce specialmente allorquando, come per l'alfabetismo, le popolazioni di individui di 1.<sup>o</sup> ordine, relativamente al carattere studiato, sono fortemente variabili, per riguardo alla loro composizione, nel tempo e nello spazio.

3. Nella Tab. I sono riportati i valori di  $\omega_{pc}$  e  $\omega_m$  per i vari Compartimenti e nel Regno negli anni di Censimento, 1881, 1901, 1911 e 1921.

Nella Tabella II sono riportati invece i valori degli indici di attrazione del BENINI, nonchè quelli di  $h$  calcolati in base alla [1].

G. ANDREOLI, *Teoria generale di certi indici nei fenomeni statistici*, Rend. R. Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche, Napoli, Serie 4.<sup>a</sup> Vol. V, 1935 - XIV.

<sup>1)</sup> Cfr. G. DE MEO, *Su di alcuni indici atti a misurare l'attrazione matrimoniale in classificazioni dicotome*, Serie 4.<sup>a</sup>, vol. IV, 1934.



TABELLA I

## Omogamia per alfabetismo degli sposi

COMPARTIMENTO	Indici di omogamia della popolazione (distinta a seconda del sesso e dell' al- fabetismo, nell' ipotesi di accoppia- mento casuale)				Indici di omogamia dei matrimoni classificati per alfabetismo degli sposi.			
	<i>Valori di <math>w_{gc}</math></i>				<i>Valori di <math>w_m</math></i>			
	1881	1901	1911	1921	1881	1901	1911	1921
1. Piemonte.	10.00	41.76	60.48	73.92	46.66	81.67	91.63	97.97
2. Liguria.	1.04	21.28	43.20	65.52	36.52	64.21	79.78	91.84
3. Lombardia.	6.12	32.40	53.28	68.88	43.94	74.12	85.95	94.88
4. Veneto.	4.20	6.16	25.20	50.16	16.68	43.11	62.96	82.32
5. Emilia.	6.08	—	11.76	33.48	36.89	40.47	52.66	78.45
6. Toscana.	3.80	1.60	1.31	18.72	24.53	35.27	44.49	65.69
7. Marche.	19.84	3.36	2.88	7.56	41.04	35.53	30.41	46.64
8. Umbria.	20.48	1.52	2.52	5.32	33.42	32.72	33.55	47.36
9. Lazio.	1.28	0.48	10.12	22.04	35.24	45.21	52.33	67.31
10. Abruzzi.	32.00	9.60	2.72	0.48	42.22	30.31	29.31	43.10
11. Campania.	22.44	6.44	1.76	2.80	47.40	42.87	38.48	43.39
12. Puglie.	84.56	14.00	2.40	—	59.47	47.13	41.85	41.05
13. Lucania.	46.44	22.44	5.52	—	59.50	54.29	48.47	36.08
14. Calabria.	44.72	28.12	10.08	—	58.70	51.30	39.68	33.86
15. Sicilia.	38.00	16.20	1.56	—	55.30	50.94	46.31	53.49
16. Sardegna.	34.04	11.44	1.12	—	41.24	36.86	31.03	34.90
<b>Regno</b>	<b>3.80</b>	<b>— 1.28</b>	<b>5.44</b>	<b>20.80</b>	<b>43.21</b>	<b>51.72</b>	<b>56.21</b>	<b>68.03</b>

## Attrazione per alfabetismo degli sposi

COMPARTIMENTI	Indice di attrazione <i>I</i>				Attrazione <i>h</i>			
	1881	1901	1911	1921	1881	1901	1911	1921
1. Piemonte . . . . .	43.79	26.06	21.29	18.23	37.66	39.91	31.15	24.05
2. Liguria . . . . .	45.67	34.15	29.50	26.04	37.56	42.93	36.48	26.32
3. Lombardia . . . . .	53.80	36.19	28.79	18.59	37.82	41.72	32.67	26.00
4. Veneto . . . . .	70.03	43.41	38.90	27.73	20.88	36.95	32.76	32.16
5. Emilia . . . . .	64.93	46.96	40.05	33.28	30.81	40.79	40.90	44.97
6. Toscana . . . . .	69.52	59.71	53.75	42.36	20.73	36.87	43.18	46.97
7. Marche . . . . .	76.43	65.26	55.64	45.80	21.20	32.17	27.53	39.08
8. Umbria . . . . .	70.98	62.53	58.44	44.35	12.94	31.20	36.07	42.04
9. Lazio . . . . .	80.39	72.55	68.84	62.78	32.96	45.69	42.21	45.27
10. Abruzzi . . . . .	82.23	70.83	68.32	61.84	10.22	20.71	32.03	43.58
11. Campania . . . . .	84.45	75.16	65.83	62.87	24.96	36.43	40.24	40.59
12. Puglie . . . . .	83.99	71.82	64.28	56.25	24.91	33.13	39.45	41.53
13. Lucania . . . . .	83.57	72.54	69.76	59.07	13.06	31.85	42.95	36.56
14. Calabria . . . . .	91.12	79.14	71.03	63.65	13.98	23.38	29.60	34.50
15. Sicilia . . . . .	80.33	67.69	58.06	53.13	17.30	34.74	44.75	50.81
16. Sardegna . . . . .	69.78	62.11	54.56	51.81	7.20	25.42	29.91	35.86
<b>Regno</b>	<b>76.81</b>	<b>69.46</b>	<b>65.94</b>	<b>59.60</b>	<b>39.41</b>	<b>53.00</b>	<b>50.77</b>	<b>47.23</b>

Come si vede, i valori di  $\omega_{pc}$  (Tab. I) sono molto variabili nel tempo e nello spazio, assumendo segno negativo in molti casi: essi ci dicono adunque che per effetto del variare attraverso il tempo del carattere studiato (diminuzione dell'analfabetismo), la popolazione presenta, per così dire, una *tendenza intrinseca*, variabile anch'essa, alla maggiore o minore omogamia. Ad esempio, nel Piemonte, la diminuzione dell'analfabetismo produce che la popolazione coniugabile <sup>1)</sup>, accoppiandosi a caso, darebbe luogo ad un'omogamia crescente di queste masse ipotetiche di matrimoni. Il contrario si verifica invece per la Lucania, dove, col diminuire dell'analfabetismo, la popolazione coniugabile diviene sempre meno omogenea rispetto al carattere studiato.

Questo diverso comportamento degli indici  $\omega_{pc}$  si spiega ovviamente considerando che all'inizio del periodo considerato erano sostanzialmente diverse le frequenze di analfabeti in Piemonte ed in Lucania: in questa, infatti, la grandissima maggioranza dei coniugabili era analfabeta, e quindi la popolazione coniugabile, accoppiata a caso, doveva risultare molto meno omogenea rispetto all'analfabetismo.

I valori:  $I$ ,  $\omega$  ed  $h$ , sono riportati sul Grafico I, esaminando il quale si può osservare:

1.<sup>o</sup> Gli indici  $I$  vanno tutti decrescendo dal periodo iniziale a quello finale: essi sono inoltre in generale notevolmente più elevati nei Compartimenti dell'Italia Centrale e Meridionale;

2.<sup>o</sup> gli indici di omogamia  $\omega$ , attraverso il tempo:

a) crescono fortemente in: Piemonte, Liguria, Lombardia, Veneto, Emilia, Toscana, Lazio e nel complesso del Regno;

b) rimangono quasi stazionarii nelle Marche, Umbria, Abruzzi, Campania, Sicilia;

c) decrescono in Puglia, Lucania, Calabria e Sardegna. Essi, inoltre, appaiono notevolmente più elevati nei Compartimenti dell'Italia Settentrionale.

3.<sup>o</sup> Gli indici  $h$  crescono dal 1881 al 1921 in tutti i Compartimenti e nel Regno ad eccezione del Piemonte, della Liguria e della Lombardia, nelle quali Regioni invece si nota una discesa dei valori di  $h$  specialmente nei due ultimi censimenti considerati.

Se si considera l'anno 1881 si vede che la Sardegna, l'Abruzzo, l'Umbria, la Lucania, la Calabria e la Sicilia presentano un'attrazione  $h$  molto più bassa di quella relativa ai Compartimenti dell'Italia Settentrionale ed

---

<sup>1)</sup> La popolazione coniugabile considerata per il calcolo degli indici  $h$  è la popolazione presente di oltre 6 anni risultante dai Censimenti. Ciò, evidentemente, non è rigoroso, perchè avremmo dovuto considerare in effetti la vera « popolazione coniugabile » che è costituita evidentemente di adulti. In mancanza di dati disponibili, abbiamo dovuto accontentarci di questa prima approssimazione.



a quella del Regno: ossia l'attrazione misurata da  $h$  è in generale più bassa nei Compartimenti meno evoluti dal punto di vista dell'istruzione primaria. Si esamini invece il 1921: si nota subito che le sensibilissime differenze fra i vari Compartimenti sono scomparse, e che anzi alcune Regioni dell'Italia Meridionale e Insulare presentano attrazione  $h$  più elevata di quella relativa alle Regioni dell'Italia Settentrionale.

4. Le variazioni degli indici messe in mostra dal Grafico I trovano in principal modo spiegazione nella diversa frequenza dell'analfabetismo nel tempo e nei varii Compartimenti.

Per quanto riguarda  $\omega$ , si può osservare che in un primo stadio, quando l'analfabetismo è quasi generale, l'omogamia dei matrimoni risulta evidentemente molto forte; man mano che la cultura si diffonde, la composizione dei matrimoni va avvicinandosi alla tabella «indifferente» (2.<sup>o</sup> stadio) <sup>1)</sup> e quando comincia a predominare l'alfabetismo, i matrimoni tendono a divenire nuovamente più omogenei (3.<sup>o</sup> stadio) <sup>2)</sup>. Ciò spiega l'aumento di  $\omega$  in

<sup>1)</sup> Cfr. G. DE MEO, *Sull'attrazione matrimoniale per Stato civile in Italia*, cit.

<sup>2)</sup> Si immagini una popolazione fittizia di 100 M e 100 F. In un primo stadio questa popolazione, rispetto al carattere alfabetismo dia luogo alla seguente classificazione di matrimoni:

F e m m i n e			
	Letterate	Illetterate	Totale
Letterati	—	—	—
Illetterati	—	100	100
	—	100	100

cioè non esistano, nella supposta popolazione, che illetterati.

In un 2.<sup>o</sup> stadio si immagini che i letterati, tanto M che F siano divenuti il 10%. Se i matrimoni avvenissero a caso, si avrebbe evidentemente:

F e m m i n e			
	Letterate	Illetterate	Totale
Letterati	1	9	10
Illetterati	9	81	90
	10	90	100

In un 3.<sup>o</sup> stadio, divenendo i letterati, tanto M che F, il 20% del totale, si avrebbe:

F e m m i n e			
	Letterate	Illetterate	Totale
Letterati	4	16	20
Illetterati	16	64	80
	20	80	100

alcuni Compartimenti e il suo decrescere in altri. Le Regioni dell'Italia Settentrionale, ad es., già nel 1881 si trovavano nel 3.<sup>o</sup> stadio nel senso che presentavano un alfabetismo già abbastanza elevato; quelle dell'Italia Meridionale, al contrario, per essere molto più indietro per la diffusione della cultura si trovavano ancora nel 1.<sup>o</sup> stadio.

Per quanto riguarda l'andamento degli indici  $I$ , riteniamo che anch'esso sia notevolmente influenzato delle variazioni delle proporzioni numeriche delle popolazioni di sposi che compongono i matrimoni. Consideriamo la Liguria e la Calabria che possono considerarsi rappresentative del Settentrione e del Mezzogiorno d'Italia. Nella prima  $I$  decresce e  $\omega$  aumenta; nella seconda decrescono attraverso il tempo  $I$  ed  $\omega$ . Per spiegare ciò, conviene ricordare che il valore di  $I$ , oltre che nella forma consueta può venire calcolato <sup>1)</sup> in base alla seguente formula:

$$I_t = \frac{\varphi_t}{h_a + j_c h_c - j_t} \quad [2]$$

nella quale:  $\varphi_t$  è l'indice di sfasamento sul totale delle coppie;  $h_a$  e  $h_c$  rispettivamente la frequenza dei gruppi aperti e dei gruppi chiusi;  $j_c$  e  $j_t$  rispettivamente gli indici di irregolarità sui gruppi chiusi e sul totale delle coppie <sup>2)</sup>).

Calcolati per le due Regioni anzidette negli anni considerati, i valori di cui è composta la [2] si vede che:

---

e così di seguito. Se nei successivi stadi si immagina che l'alfabetismo cresce tanto fra i M quanto nelle F del 10 %, fino a raggiungere il 100 % della popolazione, si ottengono altrettante tabelle per le quali gli indici  $\omega$  risulterebbero:

Stadio	1. <sup>o</sup>	2. <sup>o</sup>	3. <sup>o</sup>	4. <sup>o</sup>	5. <sup>o</sup>	6. <sup>o</sup>	7. <sup>o</sup>	8. <sup>o</sup>	9. <sup>o</sup>	10. <sup>o</sup>	11. <sup>o</sup>
Alfab. MF	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$\omega$	1	0.64	0.36	0.16	0.04	0	0.04	0.16	0.36	0.64	1

Come si vede, l'onogamia risulta massima nel caso di massima diffusione dell'alfabetismo o dell'analfabetismo, e minimo quando la frequenza di alfabeti eguaglia quella di analfabeti. Inoltre, gli indici decrescono quando la frequenza di alfabeti passa da 0 al 50 %, mentre crescono quando tale frequenza passa dal 50 al 100 %.

<sup>1)</sup> Cfr. G. DE MEO, *Su di alcuni indici ecc.*, cit., nota 2, pag. 12.

<sup>2)</sup> Cfr. G. DE MEO, *Sull'attrazione matrimoniale per Stato civile in Italia*, cit., nota 1 a pag. 11.

per la *Liguria*

per la *Calabria*

$\varphi$ , diminuisce, ossia diminuisce la diversità fra la distr. effettiva e quella casuale

aumenta, ossia, ecc.

$h_a$  diminuisce

aumenta

$h_c$  aumenta

diminuisce

$j_c$  in generale aumenta

diminuisce

$j_i$  aumenta

diminuisce

$j_c \cdot h_c$  tende ad avvicinarsi all'unità  
il denominatore decresce

tende ad avvicinarsi allo 0  
il denominatore aumenta

il numeratore decresce meno rapidamente

il numeratore aumenta più lentamente

e quindi  $I$  decresce

e quindi  $I$  decresce

Ossia, l'indice  $I$  decresce in entrambi i Compartimenti malgrado che le distribuzioni effettive tendono in un caso ad avvicinarsi, nell'altro ad allontanarsi sempre più dalle rispettive distribuzioni casuali.

La generale diminuzione degli indici  $I$  potrebbe indurre a pensare che attraverso il tempo — per un complesso di circostanze fra cui è da annoverarsi in principal modo lo scomparire dell'analfabetismo — tende a divenire meno rigida la separazione delle classi sociali colte dalle incolte. Anche il fatto che i Compartimenti dell'Italia Meridionale nel 1881 presentavano attrazione molto forte, potrebbe stare ad indicare che appunto in tali Compartimenti meno evoluti, era più profonda un tempo che oggi la separazione delle classi. Questo rilievo potrebbe bene accordarsi con l'ipotesi che con l'allievolirsi di scrupoli, tradizioni ecc., si verificherebbe oggi una meno netta separazione fra le classi e perciò una maggiore promiscuità nei matrimoni. Ciò non vorrebbe dire, però, che è diminuito attraverso il tempo il senso di simpatia reciproca degli sposi simili per questo carattere.

Osserviamo d'altra parte l'andamento degli indici  $h$ , che, come appare dal Grafico I tendono ad aumentare in tutti i Compartimenti ad eccezione del Piemonte, della Liguria e della Lombardia. Poichè questo aumento di  $h$  attraverso il tempo starebbe a indicare in sostanza che oggi più che per il passato i matrimoni tendono a divenire sempre più omogami rispetto ai matrimoni che risulterebbero dalla popolazione coniugabile accoppiata a caso, — si sarebbe indotti a pensare che il *senso di simpatia* degli sposi alfabeti per le spose alfabeti sia oggi più vivo che un tempo <sup>1)</sup>. L'ipotesi

<sup>1)</sup> È bene avvertire a questo riguardo che i dati disponibili ci hanno fatto considerare in prima approssimazione come « coniugabile » la popolazione maggiore di 6 a. Ciò, come è ovvio, non è affatto rigoroso, ed anzi, nel caso da noi esaminato, potrebbe portare ad alterazioni notevoli della realtà. Difatti, attraverso il tempo la frequenza degli alfabeti coniugabili nella popolazione aumenta meno rapidamente



posta non è in antitesi con la precedente, poichè è noto che le variazioni di *I*, danno immagine del variare di quel « complesso di cause » che determinano la scelta. L'ipotesi dell'accentuarsi attraverso il tempo del *senso di simpatia* dei simili, d'altra parte, troverebbe riscontro nell'osservazione che oggi più che un tempo sarebbe diffuso il desiderio di reclutare la propria moglie con un distacco culturale non tanto notevole dal proprio, mentre 40-50 anni fa, come ancora molti ricordano, non era affatto poco frequente, specie nel Meridionale d'Italia, il matrimonio di persona di cultura media o elevata con una analfabeta benchè appartenente al ceto medio.

5. Riassumendo brevemente quanto è stato detto nelle pagine precedenti, possiamo dire che il metodo (*h*) proposto per valutare il « senso di simpatia » degli sposi simili può in qualche caso essere utilmente applicato insieme agli altri indici dei quali ciascuno ha una sua particolare significazione.

L'impiego di *h* sarebbe particolarmente indicato allorquando, come per l'alfabetismo in Italia, il carattere da esaminarsi sia fortemente variabile nel tempo e nello spazio in seno alle popolazioni dalle quali i matrimoni derivano.

Relativamente al carattere esaminato (alfabetismo), abbiamo cercato di mostrare la notevole influenza che hanno sugli indici calcolati le variazioni delle proporzioni numeriche degli sposi e delle spose presentanti il carattere medesimo. Tenendo conto di queste variazioni si riuscirebbe a spiegare, per lo meno in parte, le variazioni profonde degli indici messe in mostra dal Grafico I. La nostra analisi ha permesso infine di prospettare l'ipotesi che, mentre da una parte, per un complesso di circostanze, va divenendo col tempo meno profonda la separazione delle classi (discesa degli indici *I*), il « senso di simpatia » degli sposi alfabeti, andrebbe presumibilmente crescendo.

---

della frequenza degli alfabeti maggiori di 6 a. e pertanto è presumibile che se si potesse considerare la popolazione maggiore di 18-20 a. l'andamento degli indici *h* sarebbe differente.

# GRAFICO I (FOGLIO 1)

QUOZIENTI DI MORTALITA' PER CAUSE DI MORTE NELLA POPOLAZIONE ITALIANA 1930-32...

Maschi  
Femmine

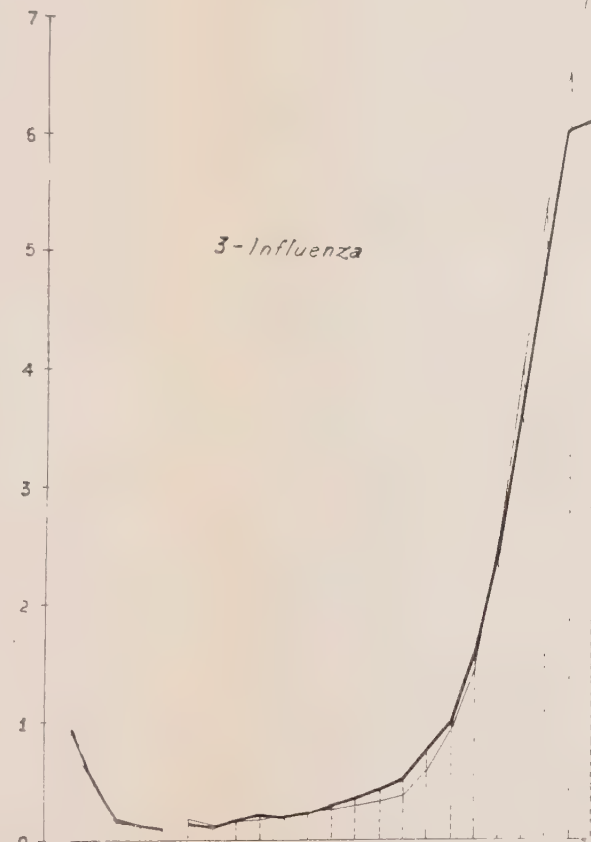
1- Malattie infettive dell'infanzia



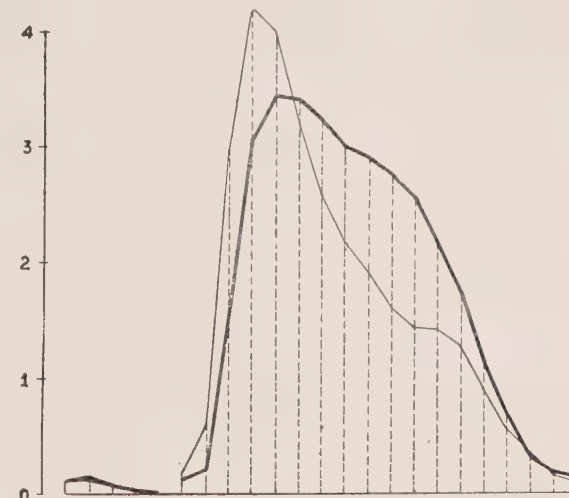
2- Infezioni tifoidee



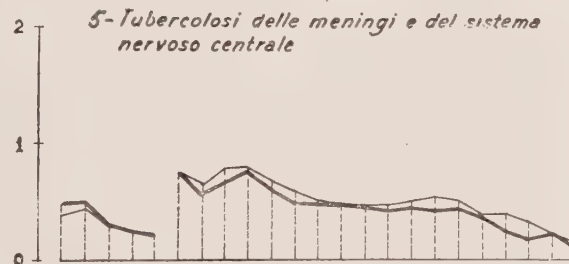
3- Influenza



4- Tubercolosi apparato respiratorio



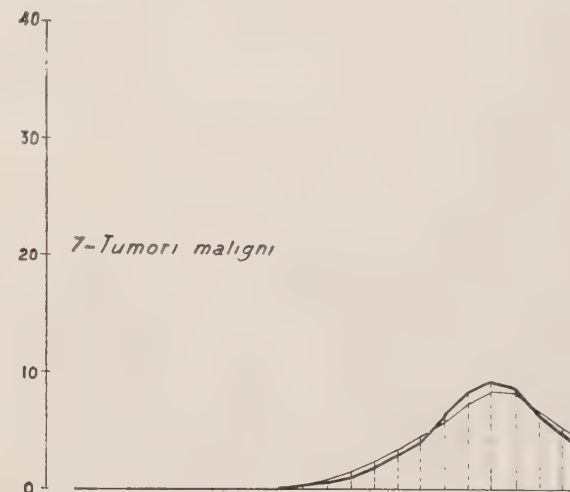
5- Tubercolosi delle meningi e del sistema nervoso centrale



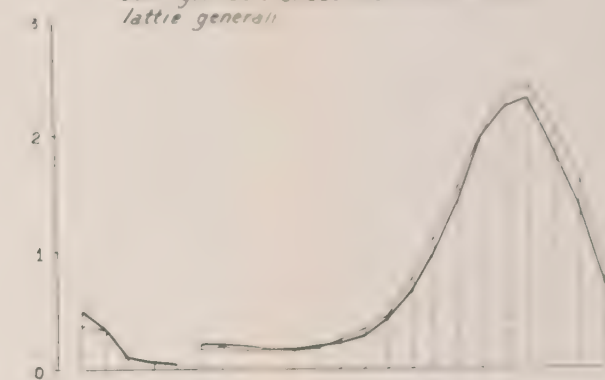
6- Tutte le altre malattie infettive



7- Tumori maligni



8- Malattie reumatiche, della nutrizione, delle ghiandole endocrine ed altre malattie generali



9- Malattie del sangue e degli organi ematopoietici



10- Avvelenamenti cronici ed intossicazioni







# SU ALCUNI DETERMINANTI DEDOTTI DA QUELLO DI VANDERMONDÉ

Nota del prof. **Letterio Toscano**, presentata dal socio ordinario **G. Scorza**

(Adunanza del dì 7 novembre 1936 - XV)

**Sunto.** — L'A. studia alcuni determinanti dedotti da quello di VANDERMONDE.

1. In una recente nota <sup>1)</sup>, G. PALAMÀ ha considerato i determinanti

$$V_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_1^{(2)} d_1, d_2, \dots, d_r & a_2^{(2)} d_1, d_2, \dots, d_r & \dots & a_n^{(2)} d_1, d_2, \dots, d_r \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1^{(n-1)} d_1, d_2, \dots, d_r & a_2^{(n-1)} d_1, d_2, \dots, d_r & \dots & a_n^{(n-1)} d_1, d_2, \dots, d_r \end{vmatrix}$$

$$V_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_1^{(2)} q_1, q_2, \dots, q_r & a_2^{(2)} q_1, q_2, \dots, q_r & \dots & a_n^{(2)} q_1, q_2, \dots, q_r \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1^{(n-1)} q_1, q_2, \dots, q_r & a_2^{(n-1)} q_1, q_2, \dots, q_r & \dots & a_n^{(n-1)} q_1, q_2, \dots, q_r \end{vmatrix},$$

dove si ritiene

$$a_s^{(2)} d_1, d_2, \dots, d_r = a_s (a_s + a_2 - a_1) (a_s + a_3 - a_1) \dots (a_s + a_r - a_1)$$

$$a_s^{(2)} q_1, q_2, \dots, q_r = a_s \left( a_s \frac{a_2}{a_1} \right) \left( a_s \frac{a_3}{a_1} \right) \dots \left( a_s \frac{a_r}{a_1} \right),$$

ed essendo  $a_1, a_2, a_3, \dots$  nel primo caso una progressione aritmetica di ordine  $r$  con  $d_1, d_2, \dots, d_r$  primi termini delle successioni da essa dedotte per differenza, e nel secondo caso una progressione geometrica di ordine  $r$  con  $q_1, q_2, \dots, q_r$  primi termini delle successioni da essa dedotte per quoziente.

Inoltre L. CONTE ha studiato <sup>2)</sup> il determinante simmetrico (che ha

<sup>1)</sup> G. PALAMÀ, *Su due nuove generalizzazioni del determinante di Vandermonde*.

Rend. R. Acc. Naz. Lincei, serie VI, vol. XXIII, 1936.

<sup>2)</sup> L. CONTE, *Determinanti pseudovandermondiani*. Giornale di Matematiche, serie 3.<sup>a</sup>, vol. LXVIII, 1930.

chiamato *pseudovandermondiano*)

$$V_3 = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{vmatrix}$$

con

$$p_{rs} = p_{sr} = \frac{x_r^n - x_s^n}{x_r - x_s} = x_r^{n-1} + x_r^{n-2} x_s + \dots + x_s^{n-1}$$

$$p_{rr} = nx_r^{n-1}.$$

E in questa nota desideriamo porre in evidenza i legami tra il determinante di VANDERMONDE semplice

$$V = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & \dots & x_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix}$$

e alcuni determinanti del precedente tipo  $V_1, V_2, V_3$ : legami che sono sfuggiti ai precedenti autori.

2. Siano

$$x_1, x_2, x_3, \dots$$

$$c_1, c_2, c_3, \dots$$

due qualsiasi successioni numeriche, e con le potenze generalizzate

$$x_s^{(i)} = (x_s + c_1)(x_s + c_2) \dots (x_s + c_i)$$

formiamo il determinante

$$W_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1^{(1)} & x_2^{(1)} & \dots & x_n^{(1)} \\ x_1^{(2)} & x_2^{(2)} & \dots & x_n^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^{(n-1)} & x_2^{(n-1)} & \dots & x_n^{(n-1)} \end{vmatrix}.$$

Dalla definizione di potenza generalizzata si ha subito

$$x_s^{(i)} = (x_s + c_i) \cdot x_s^{(i-1)}$$

$$x_s^{(i)} - (x_1 + c_i) \cdot x_1^{(i-1)} = (x_s - x_1) \cdot x_s^{(i-1)}$$

e sottraendo in  $W_1$  dagli elementi della  $(i+1)$ esima orizzontale quelli

della  $i$  esima moltiplicati per  $x_i + c_i$  si ha dopo qualche riduzione

$$W_1 = \prod_{i=2}^n (x_i - x_1) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_2^{(1)} & x_3^{(1)} & \dots x_n^{(1)} \\ x_2^{(2)} & x_3^{(2)} & \dots x_n^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots \\ x_2^{(n-2)} & x_3^{(n-2)} & \dots x_n^{(n-2)} \end{vmatrix}.$$

Il determinante della precedente è dello stesso tipo di  $W_1$  e quindi si ha in definitiva

$$W_1 = \prod_{i=2}^n \prod_{j=1}^n (x_i - x_{s-j}),$$

cioè

$$W_1 = V.$$

Pertanto vale la proposizione: Un determinante di VANDERMONDE semplice non muta valore se alla potenza ordinaria  $x_s$  si sostituisce la potenza generalizzata

$$x_s^{(i)} = (x_s + c_1) (x_s + c_2) \dots (x_s + c_i).$$

Per

$$x_s^{(i)} = a_s^{i) d_1 \cdot d_2 \dots d_r}$$

questo risultato si trova nella nota di G. PALAMÀ.

3. Se ora nel determinante di VANDERMONDE semplice moltiplichiamo gli elementi della seconda orizzontale per  $c_1$ , quelli della terza per  $c_1 c_2, \dots$ , quelli della  $n^{esima}$  per  $c_1 c_2 \dots c_{n-1}$  si ottiene subito il risultato

$$W_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots 1 \\ x_1 c_1 & x_2 c_1 & \dots x_n c_1 \\ x_1^2 c_1 c_2 & x_2^2 c_1 c_2 & \dots x_n^2 c_1 c_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ x_1^{n-1} c_1 c_2 \dots c_{n-1} & x_2^{n-1} c_1 c_2 \dots c_{n-1} & \dots x_n^{n-1} c_1 c_2 \dots c_{n-1} \end{vmatrix} =$$

$$= c_1^{n-1} c_2^{n-2} \dots c_{n-2}^2 c_{n-1} \cdot V,$$

più generale del risultato al quale è pervenuto il PALAMÀ, con procedimento piuttosto lungo, studiando il determinante  $V_2$ : ed al quale si può subito pervenire ponendo

$$c_i = \frac{a_i}{a_1} = \prod_{j=1}^r q_j^{(i-1)}.$$



Si ha infatti

$$\begin{aligned} c_1^{n-1} c_2^{n-2} \dots c_{n-2}^2 c_{n-1} &= \prod_1^{n-1} c_i^{n-i} = \prod_1^{n-1} \prod_j^r q_j^{(n-i)} \binom{i-1}{j} = \\ &= \prod_j^r \prod_1^{n-1} q_j^{(n-i)} \binom{i-1}{j} = \prod_j^r q_j^{\sum_1^{n-1} (n-i) \binom{i-1}{j}}. \end{aligned}$$

E poichè  $(j > 0)$

$$\begin{aligned} \sum_1^{n-1} (n-i) \binom{i-1}{j} &= n \sum_1^{n-1} \binom{i-1}{j} - (j+1) \sum_1^{n-1} \binom{i}{j+1} = \\ &= n \binom{n-1}{j+1} - (j+1) \binom{n}{j+2} = (j+2) \binom{n}{j+2} - (j+1) \binom{n}{j+2} = \binom{n}{j+2}. \end{aligned}$$

vale il risultato del PALAMÀ

$$V_s = \prod_j^r q_j^{\binom{n}{j+2}} V.$$

4. Infine operando direttamente su  $V$  come al n. 3 si trova

$$(-1)^{\binom{n}{2}} V = \begin{vmatrix} x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \dots & x_n^{n-1} \\ x_1^{n-2} & x_2^{n-2} & \dots & x_n^{n-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{vmatrix},$$

e moltiplicando per verticali  $V$  con  $(-1)^{\binom{n}{2}} V$  e ponendo

$$p_{rs} = p_{sr} = \frac{x_r^n - x_s^n}{x_r - x_s}, \quad p_{rr} = n x_r^{n-1},$$

si ricava

$$V^2 = (-1)^{\binom{n}{2}} \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{vmatrix},$$

cioè

$$V_h = (-1)^{\binom{n}{2}} V^2.$$

Pertanto il determinante pseudovandermondiano  $V_3$ , del quale L. CONTE ne ha ricavato il valore con procedimento diverso, è uguale a meno del

fattore  $(-1)^{\binom{n}{2}}$  al quadrato del determinante di VANDERMONDE semplice. E tutte le relazioni sui pseudovandermondiani si riducono a identità evidenti o sono subito deducibili da quelle note sui determinanti di VANDERMONDE semplici.

5. Proseguendo nello stesso indirizzo si potrebbero ricavare dal determinante di VANDERMONDE e da qualche suo analogo <sup>1)</sup> altri determinanti da essi dipendenti: e basta sapere opportunamente operare sugli elementi del determinante dato con le note regole.

Lasciamo al lettore, ad esempio, l'applicazione del teorema di FÜRSTENAU LAISANT <sup>2)</sup>.

---

<sup>1)</sup> F. MARTUCCI, *Ulteriore generalizzazione di un teorema sui determinanti di Cauchy-Vandermonde*. Annali del R. Istituto Superiore Navale, vol. III, fasc. II, Napoli, 1934.

<sup>2)</sup> T. MUIR, *Contributions to the History of determinants 1900-1920*. Blackie e Son Limited, London and Glasgow, 1930, pag. 17.

Il PALAMÀ ha considerato ancora altri determinanti di VANDERMONDE generalizzati nella nota *Sugli sviluppi di potenze più generali di quelle fattoriali  $n^{\text{me}}$  a differenza  $D$ , di un binomio e di un polinomio, e su alcune generalizzazioni del determinante di Vandermonde* (Rend. R. Istituto Lombardo, vol. LXIX, fasc. XI-XV, 1936), ed anche per questi ultimi si potrebbe semplificare la trattazione, generalizzando ancora di più nello stesso tempo.

*Processo verbale dell'adunanza del dì 7 novembre 1936 - XV.*

All'adunanza, presieduta dal sen. DE LORENZO, assistono i soci ordinari D'ERASMO (segretario), DIAMARE, LONGO, PASCAL Ernesto, PIERANTONI, ed soci corrispondenti nazionali ANDREOLI, CARNERA, NOBILE e RICCI.

Il Presidente, aperta la seduta con il saluto al Re Imperatore e al Duce, partecipa all'Accademia la perdita, avvenuta durante le vacanze, dei due soci più anziani: il senatore DEL PEZZO e l'onorevole MASONI, due figure diverse ed eminentemente rappresentative della vita, della scienza e dell'insegnamento di quest'ultimo cinquantennio in Napoli: il DEL PEZZO con la duttilità e la plasticità del suo ingegno e con la vastità e varietà della sua cultura, il MASONI con la rigidità del suo carattere e la profondità del suo sapere tecnico. Entrambi non limitarono le loro attività all'Accademia ed alla scuola, ma parteciparono anche largamente alla vita pubblica della città e dello Stato: il DEL PEZZO quale Rettore dell'Università, Sindaco di Napoli e Senatore del Regno; il MASONI come Direttore della Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri, amministratore del Comune e Deputato al Parlamento. Entrambi lasciano larga eredità di stima e di affetto all'Accademia, che li ricorderà con le debite commemorazioni scientifiche.

Il Presidente inoltre comunica che il socio MARCOLONGO, collocato a riposo nell'insegnamento per limiti di età e trasferitosi a Roma, ha preso congedo dall'Accademia con una lettera, in cui esprime il rimpianto di lasciare Napoli e la sua riconoscenza ai colleghi, augurandosi di potere, anche materialmente lontano, continuare a dare il suo contributo ai lavori accademici. Ricordando la molteplice laboriosità scientifica e l'attività viva e vegeta del socio MARCOLONGO, il Presidente gli augura, a nome dell'Accademia, ancora molti anni di operosità scientifica ed accademica.

Il Segretario presenta il fascicolo Gennaio-Giugno del Rendiconto testè pubblicato. Indi comunica:

- 1.<sup>o</sup>) La circolare Ministeriale 9 ottobre 1936, relativa alla partecipazione dell'Italia all'Esposizione Internazionale di Parigi del 1937;
- 2.<sup>o</sup>) i ringraziamenti della famiglia MASONI per la parte presa dall'Accademia al suo recente lutto;
- 3.<sup>o</sup>) la Ministeriale relativa alla revoca delle disposizioni riguardanti la sospensione dei concorsi a premio.

L'Accademia, preso atto delle precedenti comunicazioni, stabilisce di riaprire, con le norme vigenti, i concorsi già banditi all'epoca del decreto di sospensione, opportunamente modificando le date di scadenza dei concorsi stessi nel modo seguente: a) *Premio Sementini*: da assegnarsi ad uno o più autori di memorie di Chimica applicata manoscritte o anche stampate dopo il 15 giugno 1934. Premio complessivo L. 1000.— Scadenza 10 giugno 1937; b) Secondo concorso al *Premio Gabriele e Ruggiero Torelli*: al migliore



laureato in Matematica pura in qualunque Università italiana nel quinquennio 1930-34. Premio L. 1000.— Scadenza: 31 gennaio 1937; c) Terzo concorso al *Premio Gabriele e Ruggiero Torelli*: al migliore laureato in Matematica pura in qualunque Università italiana nel quinquennio 1935-39. Premio L. 1000.— Scadenza: 2 gennaio 1940; d) Quarto concorso al *Premio Agostino Ottialoro Todaro*: da assegnarsi ad uno o più laureati in Chimica pura nella R. Università di Napoli durante il triennio dal 1.º gennaio 1935 al 31 dicembre 1937. Premio complessivo L. 1000.— Scadenza: 4 gennaio 1938; e) *Premio della R. Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche*: Sul tema «Studio dello spazio funzionale relativo ai polinomi definiti di un dato grado». Premio L. 1000.— Scadenza 31 maggio 1937. — A norma dell'art. 31 del vigente Statuto della Società Reale di Napoli, l'elenco di tali concorsi a premio sarà trasmesso, entro il prossimo mese di dicembre, al Ministero dell'Educazione Nazionale.

Fra le pubblicazioni recentemente pervenute in omaggio, è segnalata una nota del socio LONGO su «*La seconda generazione del melo senza fiori (Pyrus apetala Munchh.)*». Il socio DIAMARE offre all'Accademia numerose pubblicazioni sue e dei suoi allievi, frutto della recente attività dell'Istituto di Istologia e Fisiologia da lui diretto. Il Presidente, a nome dell'Accademia, ringrazia i donatori.

Il socio PIERANTONI, tanto in nome proprio che dei colleghi DIAMARE e LONGO, legge la relazione della Commissione incaricata di riferire sul concorso al premio DE MELLIS bandito il 20 marzo 1934 dalla cessata Accademia Pontaniana e scaduto il 31 dicembre di quell'anno. Egli ricorda che, subentrata con la cessazione di detta Accademia nell'amministrazione del detto premio la R. Accademia Pontaniana di Scienze Morali e Politiche, questa incaricò, nello scorso maggio, l'Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche di giudicare, per competenza, al riguardo. Al concorso predetto, sul tema: *Contributo alla conoscenza delle ghiandole endocrine negli invertebrati*, si è presentato un solo concorrente, con una memoria manoscritta contraddistinta dalla busta con la parola «Zero». La Commissione giudicatrice, esaminato il lavoro, che riguarda una serie di osservazioni sulle ghiandole endocrine degli Artropodi, e specialmente degli Insetti, conclude con la proposta che la memoria meriti l'assegnazione del premio.

Il relatore, Segretario generale della Società Reale, rileva che, trattandosi di concorso la cui scheda si sarebbe dovuta aprire nella seduta plenaria della Società Reale del gennaio 1936 che non ha avuto luogo, il Presidente della Società stessa ha autorizzato l'Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche all'apertura della busta in sede di approvazione della relazione sul merito. Approvata all'unanimità dall'Accademia la relazione della Commissione, e proceduto all'apertura della busta, risulta autore della memoria premiata il dott. DE LERMA Baldassarre, aiuto nel R. Istituto Zoologico di Napoli. Di quanto sopra verrà data comunicazione alla R. Accademia Ponta-

niana di Scienze Morali e Politiche per gli ulteriori provvedimenti relativi al pagamento del premio DE MELLIS al vincitore.

Il socio D'ERASMO presenta, per l'inserzione nel Rendiconto, una nota sua e del Prof. FR. PENTA *Sopra una roccia silicea rinvenuta nel sottosuolo di Minervino Murge*.

Il socio corrispondente CARNERA offre in omaggio il *Rapporto sui lavori eseguiti nell'anno 1936 presentato alla VI Assemblea generale dell'Associazione di Geodesia di Edinburgo*, e presenta una nota della dott. Maria VIARO dal titolo: *Osservazioni meridiane del pianeta Giove nel giugno e luglio 1936*, proponendone la stampa nel Rendiconto. L'Accademia approva.

Il Segretario presenta, a nome del socio MARCOLONGO che ne propone l'accoglimento nel Rendiconto, una nota del dott. G. DE MEO *Sull'attrazione matrimoniale per alfabetismo in Italia*, e a nome del socio SCORZA un'altra nota del prof. Letterio TOSCANO *Su alcuni determinanti dedotti da quello di Vandermonde*, per la inserzione nel medesimo periodico. L'Accademia unanime approva.

*Processo verbale dell'adunanza del dì 5 dicembre 1936 - XV.*

Partecipano all'adunanza, presieduta dal sen. DE LORENZO, i soci ordinari BAKUNIN, BOTTAZZI, D'ERASMO (segretario), DIAMARE, GIORDANI, PASCAL Ernesto, PIERANTONI, SIGNORINI e i soci corrispondenti nazionali ANDREOLI, CACCIOPPOLI, CARNERA e RICCI.

Il segretario legge il processo verbale della tornata del 7 novembre, che viene approvato. Indi dà notizia dei vari concorsi a premio recentemente banditi dalla R. Accademia dei Lincei e comunica la richiesta di cambio di pubblicazioni da parte del Seminario matematico della R. Università di Roma. L'Accademia stabilisce di accordare il cambio del Rendiconto dall'anno 1936.

Fra le pubblicazioni recentemente pervenute in dono sono segnalati il volume XXIII dell'*Archivio zoologico italiano* e il volume II delle *Attualità zoologiche*, offerti dal socio PIERANTONI. Il Presidente, a nome dell'Accademia, ringrazia.

Il socio CARNERA presenta, per la stampa negli Atti, una memoria del prof. sen. Emanuele SOLER, dal titolo: *Campagna geofisica vesuviana eseguita dall'Istituto di Geodesia della R. Università di Padova nel 1934-35*. Il Presidente nomina la Commissione composta dai soci CARNERA, DE LORENZO e D'ERASMO perchè riferisca in una prossima adunanza.

# SOCIETÀ REALE DI NAPOLI

## Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche

### Programma di concorso al premio SEMENTINI pel biennio 1935 - 1936.

La Classe delle Scienze fisiche e matematiche della Società Reale di Napoli e la Facoltà di Scienze della R. Università di Napoli, in base al Legato contenuto nel testamento del Prof. Luigi SEMENTINI in data del 6 aprile 1847 e alla Convenzione addizionale cogli Eredi Sementini in data del 2 dicembre 1920, bandiscono un concorso per premiare uno o due autori di memorie manoscritte, o anche stampate dopo il 15 giugno 1934, di *Chimica applicata*.

A tal fine destinano la somma di *Lire Mille*, che potrà essere assegnata o tutta all'autore di una memoria che sia giudicata di merito distinto, e notevolmente preminente rispetto a quelle dei restanti candidati, se vi saranno, oppure potrà essere divisa *in due premi di Lire Cinquecento* ognuno, da assegnarsi a due differenti autori di memorie, che siano giudicate meritevoli, e le migliori in confronto di quelle degli altri eventuali concorrenti.

Le domande con le relative memorie dovranno essere presentate alla Segreteria della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche (sita nella R. Università di Napoli — Via Mezzocannone, 8) non più tardi delle ore 12 del dì 10 giugno 1937.

Tutte le memorie inviate al Concorso si conserveranno nell'Archivio dell'Accademia.

*Napoli, 7 novembre 1936 - XV.*

*Il Presidente*

G. DE LORENZO

# **SOCIETÀ REALE DI NAPOLI**

## **Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche**

### **Programma di concorso ai premi GABRIELE e RUGGIERO TORELLI**

L'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche della Società Reale di Napoli, incaricata dalla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Università di Napoli di amministrare la fondazione del premio quinquennale Gabriele e Ruggiero TORELLI, proroga il termine del 2.<sup>o</sup> concorso e bandisce il 3.<sup>o</sup> concorso per premiare giovani cultori di Matematica pura ed incoraggiarli alla ricerca scientifica.

Al 2.<sup>o</sup> concorso possono essere ammessi i laureati in Matematica pura in qualunque Università italiana nel quinquennio dal 1.<sup>o</sup> gennaio 1930 fino al 31 dicembre 1934.

Ogni concorrente dovrà far pervenire all'Accademia nella sede di questa (R. Università di Napoli, Via Mezzocannone, 8) non più tardi delle ore 12 meridiane del 31 gennaio 1937 i certificati della sua carriera scolastica e dell'esame di laurea, insieme a tutte quelle note e memorie che egli avrà già pubblicate eventualmente prima e dopo la laurea, e una domanda contenente il recapito e l'elenco dei titoli inviati.

Al 3.<sup>o</sup> concorso saranno ammessi i laureati in Matematica pura in qualunque Università italiana nel quinquennio dal 1.<sup>o</sup> gennaio 1935 al 31 dicembre 1939 che ne facciano domanda. Il termine per la presentazione delle domande di ammissione a questo 3.<sup>o</sup> concorso, con le stesse modalità sopra indicate, è alle ore 12 meridiane del dì 2 gennaio 1940.

La somma disponibile per premi in ognuno dei due concorsi è di *Lire Mille*.

Il giudizio dell'Accademia sarà pubblicato nel Rendiconto.

*Napoli, 7 novembre 1936 - XV.*

*Il Presidente*  
G. DE LORENZO



# SOCIETÀ REALE DI NAPOLI

## Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche

---

### Programma di concorso al premio AGOSTINO OGLIALORO TODARO

---

La R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche della Società Reale di Napoli, incaricata, dal Comitato per le onoranze al compianto Prof. Agostino OGLIALORO TODARO, di amministrare la fondazione intitolata col nome del detto Professore, bandisce il 4.<sup>o</sup> concorso per premiare giovani cultori di Chimica pura, ed incoraggiarli nella ricerca scientifica, giusta lo Statuto pubblicato a pagina 65 nel volume XXXI della serie 3.<sup>a</sup> del proprio Rendiconto.

Al concorso sono ammessi i laureati in Chimica pura nella R. Università di Napoli durante il triennio dal 1.<sup>o</sup> gennaio 1935 al 31 dicembre 1937, che ne facciano domanda.

Ogni concorrente dovrà far pervenire all'Accademia nella sede di questa (R. Università di Napoli, Via Mezzocannone, 8) non più tardi delle ore 12 meridiane del 4 gennaio 1938, insieme ai certificati della sua carriera scolastica e dell'esame di laurea sostenuto, tutti gli altri suoi titoli scientifici nel campo della Chimica pura. Nella domanda dovranno essere contenuti il recapito del concorrente e l'elenco dei titoli inviati.

La somma disponibile è di *Lire Mille*, e l'Accademia si riserva o di attribuirla tutta a un giovane che essa giudicherà di merito distinto e notevolmente preminente rispetto agli altri candidati, o di dividerla in due premi, di cui stabilirà il valore secondo i meriti dei due candidati che riterrà migliori.

Il giudizio dell'Accademia sarà pubblicato nel volume del Rendiconto dell'anno della scadenza del concorso.

*Napoli, 7 novembre 1936 - XV.*

*Il Presidente*

G. DE LORENZO

# SOCIETÀ REALE DI NAPOLI

## Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche

---

### Programma di concorso al premio accademico pel biennio 1935 - 36.

---

La R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche della Società Reale di Napoli conferirà un premio di *Lire Mille* all'autore della migliore memoria sul tema :

*Studio dello spazio funzionale relativo ai polinomi definiti  
di un dato grado.*

#### CONDIZIONI

1. Le memorie dovranno essere scritte in italiano, latino o francese ed essere inviate al Segretario dell'Accademia nella sede di questa (R. Università, via Mezzocannone, 8) non più tardi delle ore 12 del 31 maggio 1937-XV.
2. Ciascuna memoria non porterà il nome dell'autore, ma sarà distinta con un motto, il quale dovrà essere ripetuto sopra una busta suggellata, che conterrà la scheda recante il nome dell'autore.
3. Le buste della memoria premiata e di quelle che avranno ottenuto l'*accessit* saranno aperte dal Presidente della Società Reale nell'adunanza plenaria, che avrà luogo nel gennaio 1938 - XVI.
4. La memoria premiata potrà essere pubblicata negli Atti dell'Accademia, nel qual caso l'autore ne avrà cinquanta copie.
5. Tutte le memorie inviate pel concorso si conserveranno nell'Archivio dell'Accademia, e soltanto per quelle che avranno meritato il premio o l'*accessit* si permetterà ai rispettivi autori di estrarne copia.

*Napoli, 7 novembre 1936 - XV.*

*Il Presidente*  
G. DE LORENZO

**Opere ed Opuscoli ricevuti in dono dagli autori o dagli editori  
dal 1. gennaio 1935 al 31 dicembre 1936.**

*L' inserzione nel presente elenco valga come ringraziamento ai donatori.*

1. Addink N. W. H., Chemisch en physisch zuivere stoffen-loodoxyde de betelkenis der grensvlakspanning bij pyknometrische bepalingen. — Amsterdam, 1933.
2. Amodeo F., Sulla storia della Prospettiva. — Napoli, 1933.
3. » » Argomenti trattati nella scuola matematica napoletana (1615-1860). — Napoli, 1934.
4. » » Appendice sintetica all'opera « Vita matematica napoletana » di Federico Amodeo. — Napoli, 1934.
5. » » Maggior luce sullo sviluppo della prospettiva in Francia nel secolo XVII. — Pavia, 1934.
6. » » Accenni ai più importanti temi trattati nella scuola matematica napoletana (1615-1860).
7. » » La scienza della prospettiva nel secolo XVIII, i nuovi indirizzi scientifici che da essa scaturirono, e la ripresa della Geometria descrittiva. — Pavia, 1935.
8. Amoroso C., Intorno a recenti studi sulla intima struttura della fibra nervosa. — Napoli, 1936.
9. Araldo G. B., Quel brano dell'astronomia che più da vicino riguarda il nostro pianeta. — La Spezia, 1933.
10. Arpino G., Ricerche sperimentali e chimiche sulla pretesa incompatibilità fra jodo e veleno ofidico. — Napoli, 1936.
11. » » Sul sistema nervoso vegetativo. — Napoli, 1936.
12. Archivio Zoologico Italiano, Vol. XXIII. — Torino, 1936.
13. Attualità zoologiche, Vol. II (Supplemento al volume XXIII dell' Archivio zoologico italiano). — Torino, 1936.
14. Autori vari, Ferruccio Zambouini — In memoriam. — Napoli, 1934.
15. Baart W. K., Eenwaardige reguliere functies. — Haarlem, 1933.
16. Baldi F., Indagini a luce polarizzata sulla degenerazione Walleriana. — Milano, 1929.
17. » » Ricerche sulla degenerazione Walleriana. Prime indagini a luce polarizzata. — Napoli, 1929.
18. » » Effetti della temperatura sulle fibre nervose studiati a mezzo della luce polarizzata. — Siena, 1930.
19. » » Studi istologici sulle fibre del centro ovale nell'uomo. — Milano, 1930.

20. Baldi F., Ulteriori ricerche a luce polarizzata sulla degenerazione Walleriana. — Siena, 1930.
21. » » Le incisure di Schmidt-Lantermann e la conduzione nervosa. — Milano, 1931.
22. » » Revisione critica e ricerche, in ispecie a luce polarizzata, sui dati strutturali delle fibre nervose midollate, centrali e periferiche. — Firenze, 1932.
23. » » Sulla questione delle fibre nervose midollate del cervelletto. — Napoli, 1936.
24. Barto C. B., Economie en techniek van codes en code-condensors. — Zutphen, 1933.
25. Belinfante A. H., Autoxydatie en zuurstof-activering. — Gravenhage, 1933.
26. Birkofer L., Über Sauerstoffverschiebung bei Oxyaldehyden und deren Bedeutung für die Lävulinsäurebildung aus Hexosen. — Bayern, 1935.
27. Birser F., Geologische Untersuchungen zwischen Beilngries und Thalmässing. — Thüringen, 1933.
28. Boekenooogen H. A., Koolstofringen met 8,15 en 30 ringatomen. — Amsterdam, 1930.
29. Bosch W., Een experimenteele toetsing van de theorie van Debye-Hückel. — Utrecht, 1931.
30. Böttcher F. K., Untersuchungen über den Einfluss einiger chemischer Hederichbekämpfungsmittel auf die Bienen. — Erlangen, 1935.
31. Bouma T., Intensiteitsmetingen in het nikkel-en cobaltspectrum. — Utrecht, 1933.
32. Bouwman H. P., Intensiteitsmeting in het heliumspectrum eener gecondenseerde ontlading. — Utrecht, 1933.
33. Brendel K., Sende- und Empfangsversuche mit Ultrakurzwellen. — Erlangen, 1935.
34. Brinkman H. C., Zur Quantenmechanik der multipolstrahlung. — Groningen, 1932.
35. Breck J. O. M., The Santa Clara Valles California. — A study on Landscape changes. — Utrecht, 1932.
36. Brunelli P. E., Macchine a vapore. — Torino, 1934.
37. » » Termotecnica. — Torino, 1935.
38. Buning W. L., De geologie van den Cimone di Margno en den Monte di Muggio. — Leiden, 1933.
39. Burgers W. A. M., Radiale randlimieten van holomorfe functies. — Nijmegen, 1929.
40. Campagna C., Iteratie van Rationale functies. — Amsterdam, 1929.
41. Carnera L., Rapporto sui lavori eseguiti nell'anno 1936 presentato alla VI Assemblea generale dell'Associazione di Geodesia (Unione Internazionale Geodetica e Geofisica) Edinburgo 1936. — Napoli, 1936.
42. Casaccio E., Ali nel sogno. — Caltanissetta, 1933.
43. Castronuovo G., Geracitano A., Le melanine e l'emozione malarica. — Napoli, 1934.



44. Cesari L., Sul calcolo approssimato delle radici delle equazioni algebriche. — Roma, 1936.
45. Chytil K., Antonin Podlaha. — Praz, 1933.
46. Cieri M. G., Sulle cosiddette cellule cromaffini dell'ovaio. — Milano, 1932.
47. » » Effetti sul fegato della legatura dell'arteria epatica. — Napoli, 1934.
48. Conforto F. e Viola T., Sul calcolo di un integrale doppio che interviene nella determinazione della profondità degl'ipocentri sismici. — Roma, 1936.
49. Crommelin R. D., La géologie de la Valsassina et de la région adjacente au nord. — Leiden, 1933.
50. Custers J. F. H., Foto-elektrische intensiteitsmetingen in het kwikspektrum. — Utrecht, 1931.
51. De Blasi D., Le pietre miliari della Immunologia (Discorso inaugurale del III Convegno Volta). — Roma, 1933.
52. » » Commiato ai convenuti, alla chiusura del Convegno. — Roma, 1933.
53. De Kock A. C., Untersuchungen über den Lichtwechsel von Langperiodischen veränderlichen sternenn. — Zutphen, 1933.
54. Del Vecchio G., Sul reperto di fibre muscolari striate nell'« Epiphysis cerebri » umana. — Napoli, 1934.
55. De Mennato M., Grassi e lipoidi nell'epifisi cerebrale. Modificazioni strutturali in rapporto a stati funzionali. — Milano (Napoli), 1935.
56. » » Ancora sulla genesi delle alterazioni degenerative del corpo pineale e dei plessi coroidi. — Siena, 1928.
57. De Monchy M. M., Nitratie van metachloor-en-broom-aniline-derivaten. — Hofdrukkerij, 1932.
58. De Porcellinis C., Osservazioni istologiche su innesti testicolari. — Napoli, 1933.
59. Desio A., Schizzo geologico della Libia. — Firenze, 1933.
60. De Vries C. L., Eenige onderzoekingen over absorptie en osmose. — D. venter, 1933.
61. Diamare V., Mieline da oleati, saponi e da lipoidi — Ulteriore contributo intorno alle proprietà dei cristalli fluidi lipoidei. — Napoli, 1927.
62. » » Francesco De Rosa. — Napoli, 1929.
63. » » L'intossicazione ofidica. — Roma, 1929.
64. » » Alle fonti della funzione lattea. — Milano, 1930.
65. » » A proposito di idee sulle fibre muscolari striate. — Firenze, 1930.
66. Diamare V. e De Mennato M., Contributo all'istologia del simpatico. — Siena, 1930.
67. Diamare V., Luci ed effetti di luce sulle fibre muscolari striate per un'omologazione di bande e strie fondamentali e per loro decorso e significato. — Pisa, 1930.
68. » » Note d'istofisiologia sui cestodi. — Napoli, 1930.
69. » » Sulla presunta secrezione colloidea del corpo luteo — Risposta al dott. E. Momigliano. — Napoli, 1930.
70. » » Di un metodo per la raccolta del succo pancreatico. — Napoli, 1932.

71. Diamare V., Documenti cassinesi di medici del XVII e XVIII secolo. — Siena, 1932.
72. » » Gesualdo Police. — Firenze, 1933.
73. » » L'organo interrenale, i corpuscoli di Stannius del mesonefro, i cordoni epiteliali ed il tessuto cromaffine del rene cefalico dei Teleostei. — Napoli, 1933.
74. » » Sull'interrenale vero nel cosiddetto « Sistema interrenale ». — Jena, 1934.
75. » » Brevi parole commemorative per l'inaugurazione del busto del Prof. Giovanni Paladino nell'aula dell'Istituto di Istologia e Fisiologia Generale (22-1-1935). — Napoli, 1935.
76. » » Sessualità « intersesso » e la questione di un ormone interstiziale. — Napoli, 1935.
77. » » La birefrazione nella striatura delle fibre muscolari dei vertebrati ed artropodi. — Portici, 1936.
78. Di Bello G., Aspetti istologici delle lesioni pseudotubercolari da corpi estranei. — Napoli, 1935.
79. Diehl W., Mathematische Behandlung der deutschen Bausparkasse. — Erlangen, 1935.
80. Di Lauro E., Su certe proprietà biologiche dell'anatossina del Ramon. Particolarità della profilassi e terapia della difterite. — Napoli, 1932.
81. » » Ricerche sperimentali sul valore immunitario dell'anatossina difterica rispetto al veleno secco di « *Lachesis lanceolatus* ». Particolarità biologiche di alcune intossicazioni ofidiche. — Roma, 1933.
82. » » Valore profilattico anti-vipera dell'anatossina difterica. — Napoli, 1933.
83. » » Rapporto « in vitro » fra bacillo tubercolare ed estratto tonsillare (palatino ed adenoideo). — Torino, 1934.
84. » » Ricerche sperimentali sulla stabilità atossica e sulla polivalenza dell'anatossina difterica. — Roma, 1934.
85. » » Il chinino e l'orecchio (studio sperimentale). — Milano, 1935.
86. » » Sulla resistenza della rocca petrosa allo sviluppo della tubercolosi sperimentale (nota preventiva). — Milano, 1935.
87. » » Tubercolosi sperimentale ed estratto tonsillare. Studio biologico. — Milano, 1935.
88. » » Sulla resistenza della rocca petrosa allo sviluppo della tubercolosi sperimentale. Risultati biologici ed istopatologici della iniezione intratimpanica di bacilli di Koch. — Firenze, 1936.
89. Domin K., Jan Vilhelm. — Praze, 1932.
90. Doppler C. L., Ondersoekingen over enkele bestanddeelen van de cacao, meer in het bijzonder over eenige daarin voorkomende celwandstoffen. — Haarlem, 1936.

91. Du Pui J. C., Loopbaan van de komeet wolf (1916 b = 1917 III). — Hoenderloo, 1932.
92. Engelfriet J., Topologische eigenschappen en differentiaal-invarianten van krommen-en oppervlakken-scharen. — Leiden, 1933.
93. Engelhard E., Mechanismus und Ursprung der Dunkelleitung und der lichtelektrischen Leitung in kupferoxydul. — Leipzig, 1933.
94. Fassi S., Analisi quantitativa di un brano musicale. — Roma, 1936.
95. Feenstra Kuiper P., De groene straal. — Helder, 1926.
96. Fermi E., Conferencias alla « Facultad de Ciencias exactas, fisicas y naturales ». — Buenos Aires, 1934.
97. Franzì L., Su alcune speciali cellule tiazinofile in tumori ed in altre alterazioni di organi. — Pavia, 1935.
98. » » Intossicazione difterica sperimentale ed acido fenico. — Napoli, 1936.
99. » » Sulla lecitinolisi da veleno ofidico. — Genova, 1936.
100. » » Sul meccanismo d'azione di alcuni veleni ofidici. — Firenze, 1936.
101. Galsterer B., Stratigraphie und Tektonik bei Freihung und Pappenberg. — Erlangen, 1935.
102. Gaudino A., Su fatti ed opinioni relativi alle funzioni ipofisarie (rivista critica). — Napoli, 1936.
103. Geert O., Onderzoekingen betreffende de theorie van den townendring. — Delft, 1933.
104. Geracitano A., Ulteriore contributo allo studio della emozoina malarica. — Napoli, 1935.
105. » » Effetti sulla milza della legatura dei vasi venosi splenici. — Napoli, 1936.
106. Goldbacher A., L'industria elettrica nella economia generale. — Milano, 1933.
107. Grieneisen H., Die Absorption dampfförmiger organischer Moleküle im Schumanngebiet und Ultraviolett. — Erlangen, 1935.
108. Grossi M., La levitazione elettromagnetica. — Roma, 1934.
109. Haantjes J., Het beweeglijk assenstelsel in de affiene ruimte. — Leiden, 1933.
110. Hahn H. J., I. Zur Kenntnis sekundärer Hydrazone. II. Über katalytische Hydrierung von Arylhalogeniden und w-Bromstyrol. — Erlangen, 1935.
111. Hassler W., Über peri-Phthaloylverbindungen und ihren oxydativen Abbau. — Erlangen, 1935.
112. Hitz F., Über Alkylperoxyde. — Nürnberg, 1933.
113. Hoekstra J., Convexe functies. — Utrecht, 1927.
114. Hülff H., Über die Einwirkung von Schwefelkohlenstoff und Ätskali auf p-Methylcyclohexanon. — Erlangen, 1933.
115. Ivaldi G., Sulla dipendenza dell'energia dei fluidi dalla loro natura. — Milano, 1933.
116. Jacobs J. D., Oxydatie door perazijnzuur van enkele onverzadigde carbonylverbindingen. — Delft, 1936.

117. Janssen L. W., *Electrische Grensvlak-Verschijnselen Aan glas* — Amsterdam, 1933.
118. Jovino F., *Soppressione progressiva e totale del pancreas e diabete a proposito di recenti studii.* — Firenze, 1934.
119. Kawaguchi A., *Die Differentialgeometrie in der verallgemeinerten Mannigfaltigkeit.* — Palermo, 1932.
120. Kehlen H., *Über die Einwirkung des Lichtes auf Kautschuk und andere ungesättigte Kohlenwasserstoffe.* — Erlangen, 1933.
121. Kekler H., *Messungen an festen technischen Isolierstoffen bei  $3 \cdot 10^6$  —  $7,5 \cdot 10^7$  Hertz.* — Leipzig, 1935.
122. Keyfer F., *Über neue Derivate der barbitursäure.* — Erlangen, 1933.
123. König R., *Zur Kenntnis Sekundärer Hydrazone.* — Erlangen, 1935.
124. Koolhaas D. R., *Bijdrage tot de kennis der bicyclische sesquiterpenen eudesmol, machilol en selineon gedeeltelijke synthese van  $\beta$ -thujon.* — Purmerend, 1928.
125. Krembs O., *Wirtschaftlicher Vogleschutz im Dienste des Pflanzenschutzes,* 1934.
126. Kröhnert F. A., *Quantitative und qualitative Schnellbestimmungen von Legierungsbestandteilen mittels eines neuen spektrallinienphotometers.* — Leipzig, 1932.
127. Kuiper G. P., *Statistische onderzoekingen van dubbelsterren.* — Leiden, 1933.
128. Lanzing J. C., *Over de osmose in enkele binaire osmotische stelsels.* — Gravenhage, 1933.
129. Longo B., *La seconda generazione del melo « senza fiori » (Pyrus apetala Münchh.).* — Napoli, 1936.
130. Luyckx P. Th., *Bepaling van het werkzame bestanddeel in eenige sterkwerkende geneesmiddelen.* — Leiden, 1932.
131. Mahla K., *Ein Bandenspektrum des SrO im nahen Ultrarot.* — Berlin, 1933.
132. Marcolongo R., *Arte e scienza di Leonardo da Vinci.* — Napoli, 1933.
133. » » *Leonardo da Vinci — (dalla Enciclopedia Treccani).* — Roma, 1934.
134. Marzolo F., *Il concetto di probabilità nelle espressioni delle portate caratteristiche e di piena* — Padova, 1933.
135. » » *I serbatoi di Piana.* — Milano, 1933.
136. Mathauser G., *Über Arylverkettungen bei der Katalytischen Hydrierung von Arylhalogeniden.* — Erlangen, 1935.
137. Meijer Th. M., *Over verbindingen uit den wortelstengel van den platdoorn (Arctopus echinatus).* — Harderwijk, 1933.
138. Meister R., *Über peroxydische Verbindungen des Formaldehyds und Acetaldehyds.* — Willibaldsburg, 1934.
139. Mezzino L., *Riflessioni ed osservazioni istologiche sulle fibre nervose midollate.* — Firenze, 1931.
140. Miranda C., *Analisi esistenziale per i problemi relativi alle equazioni dei fenomeni di propagazione.* — Roma, 1936.



141. Muller F. M., On the metabolism of the purple sulphur bacteria in organic media. — Berlin, 1933.
142. Nieuwenkamp W., De structuurtypen van loodbromide en loodfluobromide en het structuurschema der dihalogeniden. — Amsterdam, 1932.
143. Nilsson G., Das haupttheorem der chemie. — Stockholm, 1933.
144. Oosterhoff P. Th., Effectieve golfenigten en photographische magnituden van sterren in  $h$  en  $x$  persei. — Leiden, 1933.
145. Pagano A., Ricerche sulla porzione sottocribrosa del nervo olfattivo e sulla mucosa olfattiva — Napoli, 1933.
146. » » Sulla questione dell'olfatto nei cetacei. — Napoli, 1933.
147. Paladino G., Su studi e fatti poco noti relativi ai pigmenti gialli delle cellule nervose e surrenali. — Napoli, 1936.
148. Parijs J. P., Bijdrage tot de kennis van de oost-indische Damarhars. — Leiden, 1933.
149. Pfeiffer H., Über die Konstitution des 4, 4' — Chinons des Dinaphthylen-dioxyds. — Willibaldsburg, 1933.
150. Picone M., Nuovi indirizzi di ricerca nella teoria e nel calcolo delle soluzioni di talune equazioni lineari alle derivate parziali della Fisica-matematica. — Bologna, 1936.
151. Pijpers P. J., Geology and Paleontology of Bonaire (D. W. I.) — Utrecht, 1933
152. Police G., Valore nutritivo ed azione patologica dei molluschi lamellibranchi. — I sistemi di stabulazione. — Roma, 1930.
153. Povenz F., Die Absorption dampfförmiger organischer moleküle im ultraviolett und Schumanngebiet. — Leipzig, 1933.
154. Pugno Vanoni E., Applicazioni radiologiche dei tubi ionici ed elettroionici. — Milano, 1932.
155. Pugno Vanoni E. e De Fassi G., Wattmetro elettrostatico per misure di potenza ad alta tensione. — Milano, 1933.
156. Raadsveld C. W., Nitro-en Broom-nitro-derivaten van Para-amino-acetophenon. — Gravenhage, 1932.
157. Reestman B. M., Inleiding tot de theorie der klassenlichamen. — Amsterdam, 1933.
158. Rekveld J., Intensity problems connected with the ramaneffect. — Kampen, 1932.
159. Revessi G., Joni ed elettroni: nuovi orizzonti nella tecnica delle correnti interne. — Milano, 1932.
160. Rhomberg R., Zahngestalt u. Zahnentwicklung untersucht am Gebiss des Hausschweines. — Berlin, 1932.
161. Riep F. E., De invloed van de bereidingswijze op de samenstelling van lijnolie en op haar eigenschappen als verbindmiddel (het lijnolievraagstuk) — Delft, 1936.
162. Rodinò D., Su di un caso di leiomioma della cute. — Napoli, 1934.
163. » » L'anastomosi didimo-deferenziale. — Firenze, 1935.

164. Rollo S., La virulenza dello stafilococco nel midollo delle ossa. — Napoli, 1931.
165. Ruggiero C., Sul calcolo d'economia delle reti di distribuzione urbana. — Roma, 1933.
166. » » Ultimi progressi nella depurazione delle acque di rifiuto urbane. — Milano, 1933.
167. Ruinen J., Life-cycle and environment of *Lochmiopsis sibirica* woron. — Amsterdam, 1933.
168. Sahm A. W., Bau und Wachstum des Deckels (Operculum) der Kiemenschnecken. — Berlin, 1932.
169. Salvadori M., Le tensioni tangenziali nella sollecitazione di torsione, flessione e taglio. — Roma, 1936.
170. » » Ricerche variazionali per gli integrali doppi in forma non parametrica. — Bologna, 1936.
171. Salvi P., Studi sull'offidismo sperimentale. I. Patogenesi della intossicazione da veleno di *Viperidae*. — Portici, 1936.
172. San Juan Llosà R., Sumación de series de radio nulo y prolongación semianalitica. — Madrid, 1933.
173. Savagnone R., Studi sul controllo magnetico dell'arco a mercurio e sulla trasformazione statica della corrente continua in alternata. — Milano, 1932.
174. Saviotti G., Le capsule surrenali ed il fegato in altre intossicazioni batteriche (tubercolina). Nota preliminare. — Napoli, 1935.
175. Schlingemann J. G., Het voorkomen en beslechten van arbeidsgeschillen. — Den Haag, 1933.
176. Schmidt K., Zur Kenntnis der periglazialen Ablagerungen in Mittelfranken. — Nürnberg, 1933.
177. Schönwald B., Ein Verfahren zur messung lichtelektrischer Ströme in Halbleitern. — Leipzig, 1932.
178. Schouten J. P., Over de grondslagen van de operatoren-rekening volgens heaviside. — Delft, 1933.
179. Schulz K., Das Verhalten der Thio-Harnstoffe gegenüber Diozonium-Salzen. — Erlangen, 1933.
180. Schut F. B., Industrie en Woningbouw. — Assen, 1933.
181. Seeberger M., Dispersionsuntersuchungen mit ungedämpften Ultrakurzwellen. — Leipzig, 1933.
182. Società Edison, Nel cinquantenario della Società Edison. Vol. I — Cinquant'anni di evoluzione delle costruzioni idrauliche, dei motori primi, delle macchine e delle condutture elettriche. — Milano, 1934.
183. » » Nel cinquantenario della Società Edison. Vol. II. — Caratteri e sviluppo dell'industria elettrica nell'economia italiana. — Milano, 1934.
184. » » Nel cinquantenario della Società Edison. Vol. III. — Lo sviluppo dell'industria elettrica nel mondo. — Milano, 1934.

185. Società Edison, Nel cinquantenario della Società Edison. Vol. IV. — Lo sviluppo della Società Edison ed il progresso economico di Milano. — Milano, 1934.
186. Smeda G. e De Fassi G., Qualche osservazione sui gruppi motori-raddrizzatori. — Milano, 1932.
187. Staněk V. J., K topografické a srovnávací anatomii sluchového orgánu našich chropter. — Praz, 1933.
188. Starace R., Osservazioni sulla vitalità e regressioni dei trapianti dei tessuti non vascolarizzati. I trapianti di cartilagine nel rospo nel confronto con trapianti di tessuti vascolarizzati (fegato). — Napoli, 1936.
189. Stefanini G., Saggio di una carta geologica dell' Eritrea, della Somalia e dell' Etiopia. — Firenze, 1933.
190. Strätz F., Zur Kenntnis der Phenacyl-amin-oxime. — Erlangen, 1935.
191. Stuurman J., Meting van de snelheid van oxydatie van enkele groepen alkenen door perazijnzuur. — Delft, 1936.
192. Švábenský L., Vápencový ostrůvek u Milatic sev. od Mor. Budějovic. — Brně, 1933.
193. Te Boekhorst L. C. J., De vermeende allotropie van vloeibaar nitrobenzol. — Amsterdam, 1933.
194. Thinius E., Messungen mit langsamen Kathodenstrahlen an ultrahochfrequenten Schwingungen. — Hamm (Westf.), 1935.
195. Tokaharu Nomitsu, On the Density Current in the Ocean — II.<sup>o</sup> The case of no Bottom-Friction. — Kyoto (Tokio), 1933.
196. Tokaharu Nomitsu e Tohichiro Takegami, On the Density Current in the Ocean. III. The case of a finite Bottom-Friction depending on the Slip velocity. — Tokyo, 1933.
197. Tonkes P. R., Recherches sur les poils urticants des chenilles. — Utrecht, 1933.
198. Tulleners A. J., Het gebruik van aethyleen en homologen in de chemische techniek. — Delft, 1933.
199. Václav S., Vincent D' Indy. — Praz, 1933.
200. Van Alphen P. M., Enkele magnetische eigenschappen der metalen bij lage temperatuur. — Amsterdam, 1933.
201. van Berckel F. W., Onderzoekingen over de circulatie in het koelsysteem van de vuurhaardwanden van een stoomketel. — Deventer, 1934.
202. Van Dalen E., Oriënteerende onderzoekingen over tandcementen. — Assen, 1934.
203. Van Dam A. J., Die Chiostylidae der Siboga-Expedition. — Leiden, 1933.
204. van der Dussen A. A., Stofontploffingen. — Rotterdam, 1933.
205. van der Held E. F. M., Meting der overgangswaarschijnlijkheid  $2P \cdot 1S$  voor natrium door absolute-intensiteitsmetingen aan vlammen. — Utrecht, 1932.
206. van der Neut A., De elastische stabiliteit van den dunwandigen bol. — Amsterdam, 1932.
207. van der Neut D. N., Limitaties en sommaties. — Amsterdam, 1933.

208. van der Wal M. J., Reacties tusschen brandbare gassen en stikstofoxyden. — Gravenhage, 1933.
209. van Dongen J. R. J., Vergelijkend spanningsonderzoek. — Delft, 1936.
210. van Ewijk L. J. G., Het verband tusschen het onderwerp, het negatief en het positief en methoden tot het verkrijgen van secundaire beelden in de fotografie. — Amsterdam, 1933.
211. van Gruting C. J., Duale differentiaalmeetkunde. — Leiden, 1933.
212. Van Harpen N. H., De electrometrische bepaling van de waterstofionenconcentratie in de latex van hevea brasiliensis en hare toepassing op technische vraagstukken.
213. » » » The electrometric determination of the hydrogen ion concentration in the latex of hevea brasiliensis and its applicability to technical problems. — Medan, 1931.
214. van Haselen A., Asymptotische ontwikkeling van holomorfe functies in een halfvlak. — Groningen, 1929.
215. Veccia V., La pesca e le sanzioni. — Roma, 1936.
216. von Okolicsanyi F., Beobachtungen und Messungen an elektrisch doppelbrechenden festen Körpern. — Nürnberg, 1935.
217. Vlughter J. C., Over de chemische samenstelling van hoogmoleculaire minerale oliën. — Delft, 1933.
218. Weber W., Über arylverkettung bei der katalytischen Hydrierung von arylhalogeniden. — Erlangen, 1933.
219. Westermann J. H., The geology of Aruba. — Utrecht, 1933.
220. Wildschut A. J., Metingen van het electrisch moment van eenige cis-trans isomeren in verband met de configuratiebepaling van oliezuur en elaidinezuur. — Oostburg, 1933.
221. Zapletálek J., « Vodní květ », a plankton na Lednicku v letech 1930 a 1931. — Brně, 1932.
222. Zehlein F., Irreduzibilitätsproblem bei ganzzahligen Potenzreihen. — Erlangen, 1933.
223. Zirngibl H., Über die Einwirkung von Hyposulfit auf Nichelsalze. 1935.
224. » » Über die Bindung des Wassers im gefällten Kobalt- und Zinksulfid. — Kallmünz, 1935.



## INDICE DEL VOLUME

G. D' ERASMO — Relazione sui lavori compiuti dalla R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli durante l'anno 1935 (XIII) . . .	Pag. 3
L. CARNERA — Eclisse totale di luna dell'8 gennaio 1936. Osservazioni fatte nel R. Osservatorio Astronomico di Capodimonte . . . . .	» 7
G. GALLUCCI — Il paradosso di CARLYLE. . . . .	» 10
G. ANDREOLI — Coppie di variabili mutuamente casuali; matrici ed equazioni funzionali ad esse relative . . . . .	» 14
G. DE MEIO — Ricerche statistiche sulle cause di morte nella popolazione italiana ed in una collettività di assicurati sulla vita . . . . .	» 22
A. ROCCO-BOSELLI — Comportamento delle forme binarie rispetto ad un sotto- gruppo del gruppo proiettivo . . . . .	» 43
G. BARBA — Sulla definizione di funzioni egualmente singolari del PINCHERLE . . . . .	» 49
L. TOSCANO — Successioni ricorrenti e polinomi di BERNOULLI e di EULERO . . . . .	» 55
L. CARNERA — Coppie di stelle per lo studio dei micrometri . . . . .	» 62
G. D' ERASMO — Commemorazione del socio straniero HENRY FAIRFIELD OSBORN . . . . .	» 78
M. VIARO — Orbita definitiva della Cometa 1910 - IV (Metcalf) . . . . .	» 83
G. ANDREOLI — Elementi intrinseci delle varietà . . . . .	» 88
G. ANDREOLI — Sui criteri di convergenza delle serie . . . . .	» 93
G. DE MEIO — Sull' attrazione matrimoniale per stato civile in Italia . . . . .	» 97
G. GALLUCCI — Considerazioni su l' economia dinamica. . . . .	» 109
G. D' ERASMO — Incrostazioni calcaree simulanti organismi fossili . . . . .	» 118
M. PASCAL — Sulla costruzione del centro di curvatura delle traiettorie dei punti di una figura piana di area costante e a deformate affini . . . . .	» 122
A. ROCCO-BOSELLI — Costruzione di forme invariantive di forme binarie, di 1., di 2. e di 3. grado, rispetto a forme gruppali di 3. grado . . . . .	» 128
G. ALGRANATI — Rapporti tra i fenomeni del vulcanismo e la formazione dei centri e variazione della popolazione nell' isola d' Ischia . . . . .	» 137
G. PALAMÀ — Su alcune formule dell' Algebra delle successioni e sullo sviluppo di alcuni determinanti . . . . .	» 160
F. JOSSA — Sul calcolo di alcuni cavalletti sollecitati a torsione . . . . .	» 166
A. LINARI — Contributo allo studio sulle travi in cemento armato con mensole. . . . .	» 175
M. VIARO — Osservazioni di Urano e Cerere . . . . .	» 184
A. PARASCANDOLA — Sulla trachite sanidinica vitrofirica della Punta della Lingua (Isola di Procida) . . . . .	» 192
A. SCHIANO — Su di una miscela salina fluita alla base del conetto eruttivo nel cratere del Vesuvio . . . . .	» 204
Processi verbali delle adunanze del 4 gennaio, 1. febbraio, 7 marzo, 4 aprile, 2 maggio e 13 giugno 1936. . . . .	» 210
M. PICONE — Nuovi contributi all' analisi quantitativa dei problemi di propaga- zione . . . . .	127, 217
G. D' ERASMO e F. PENTA — Sopra una roccia silicea rinvenuta nel sottosuolo di Minervino Murge. . . . .	» 236

M. VIARO — Osservazioni meridiane del pianeta Giove eseguite nel giugno e luglio 1936 . . . . .	pag. 243
G. DE MEO — Sull' attrazione matrimoniale per alfabetismo in Italia . . . . .	» 248
L. TOSCANO — Su alcuni determinanti dedotti da quello di Vandermonde . . . . .	» 257
Processi verbali delle adunanze del 7 novembre e 5 dicembre 1936 . . . . .	» 262
Programma di concorso al premio Sementini pel biennio 1935-1936 . . . . .	» 265
Programma di concorso ai premi Gabriele e Ruggiero Torrelli . . . . .	» 266
Programma di concorso al premio Agostino Ogialoro Todaro . . . . .	» 267
Programma di concorso al premio accademico pel biennio 1935-36 . . . . .	» 268
Opere ed opuscoli ricevuti in dono negli anni 1935 e 1936 . . . . .	» 269
Indice del volume , . . . .	» 279





## INDICE

M. PICONE — Nuovi contributi all'analisi quantitativa dei problemi di propa- gazione . . . . .	pag. 217
G. D'ERASMO e F. PENTA — Sopra una roccia silicea rinvenuta nel sottosuolo di Minervino Murge. . . . .	» 236
M. VIARO — Osservazioni meridiane del pianeta Giove eseguite nel giugno e lu- glio 1936 . . . . .	» 243
G. DE MEO — Sull'attrazione matrimoniale per alfabetismo in Italia . . . .	» 248
L. TOSCANO — Su alcuni determinanti dedotti da quello di Vandermonde . . .	» 257
Processi verbali delle adunanze del 7 novembre e 5 dicembre 1936 . . . .	» 262
Programma di concorso al premio Sementini pel biennio 1935-1936 . . . .	» 265
Programma di concorso ai premi Gabriele e Ruggiero Torrelli . . . . .	» 266
Programma di concorso al premio Agostino Ogliaro Todaro . . . . .	» 267
Programma di concorso al premio accademico pel biennio 1935-36 . . . .	» 268
Opere ed opuscoli ricevuti in dono negli anni 1935 e 1936 . . . . .	» 269
Indice del volume . . . . .	» 279